

Фамилия, имя _____

Класс _____

I уровень (каждая задача по 2 балла)

№1. Средний возраст бабушки, дедушки и их семи внуков равен 28 годам. Средний возраст всех этих внуков равен 15 годам. Определите возраст дедушки, если известно, что он на три года старше бабушки.

ОТВЕТ: _____

№2. Найдите сумму всех чётных чисел, удовлетворяющих условию $\text{НОК}(n; 24) = 24$. **ОТВЕТ:** _____

№3. Найдите наименьшее целое число, принадлежащее области определения функции, заданной формулой $y = \frac{\sqrt{2x^2 - 5x - 3}}{x - 2 + |x - 2|}$. **ОТВЕТ:** _____

№4. Найдите количество положительных целочисленных решений уравнения $x^2 - y^2 = 69$.

ОТВЕТ: _____

II уровень (каждая задача по 3 балла)

№5. Диагонали равнобедренной трапеции перпендикулярны. Найдите площадь трапеции, если её средняя линия равна 5. **ОТВЕТ:** _____

№6. Турист за 4 дня прошёл менее 50 км. В первый день он прошёл $\frac{1}{7}$ всего расстояния, во второй – $\frac{1}{3}$ всего расстояния, в третий – $\frac{1}{2}$, а в четвёртый – оставшееся расстояние. Сколько всего км прошёл турист, если известно, что длина пути выражается целым числом км? **ОТВЕТ:** _____

№7. Сколько вершин в правильном многоугольнике, если сумма всех его внутренних углов равна $\frac{1}{7}$ части суммы всех внутренних углов правильного 16-угольника? **ОТВЕТ:** _____

№8. Если двузначное число разделить на число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, то в частном получится 4 и в остатке 3. Если же исходное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 8 и в остатке 7. Найдите исходное число. **ОТВЕТ:** _____

III уровень (каждая задача по 4 балла)

№9. Квартал застроен пятиэтажными и девятиэтажными домами, причём девятиэтажных домов меньше, чем пятиэтажных. Если число девятиэтажных домов увеличить вдвое, то общее число домов станет более 24, а если увеличить вдвое число пятиэтажных домов, то общее число домов станет менее 27. Сколько пятиэтажных и девятиэтажных домов построено? **ОТВЕТ:** _____

№10. В треугольнике ABC , площадь которого равна 300, через вершину угла B проведена прямая, пересекающая сторону AC в точке D так, что $\angle ABD = \angle C$, $AB:AC = 3:5$. Определите площади двух полученных треугольников. **ОТВЕТ:** _____

№11. Решите уравнение $\frac{x-1}{x} + \frac{x-2}{x} + \frac{x-3}{x} + \dots + \frac{1}{x} = 3$. **ОТВЕТ:** _____

№12. Найдите сумму целых решений системы неравенств $\begin{cases} \frac{36}{x} - x \leq 0, \\ \frac{|12-2x| \cdot (x^2+3x+8)}{|x|-3} \leq 0. \end{cases}$ **ОТВЕТ:** _____

IV уровень (каждая задача по 6 баллов)

№13. Биссектрисы тупых углов при основании трапеции пересекаются на другом её основании. Найдите все стороны трапеции, если её высота равна 12, а биссектрисы – 15 и 13. **ОТВЕТ:** _____

№14. Одна из сторон треугольника равна 16, медианы, проведённые к двум другим сторонам, равны 11,5 и 14,5. Определите неизвестные стороны треугольника. **ОТВЕТ:** _____

№15. Упростите выражение до суммы двух слагаемых $\sqrt{8 + 2\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{8 - 2\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$.
ОТВЕТ: _____

№16. Найдите увеличенное в 44 раза произведение корней уравнения $(\frac{x}{x-1})^2 + (\frac{x}{x+1})^2 = 90$.

OTBET: _____

V уровень (каждая задача по 10 баллов)

№17. Найдите все четвёрки натуральных чисел a, b, c, d такие, что

$$\begin{cases} a^2 + b^2cd = 745, \\ a^2c + b^2d = 322, \\ a^2cd + b^2 = 536, \\ a^2d + b^2c = 410. \end{cases}$$

OTBET: _____

№18. Три гонщика A, B, C , стартовав одновременно, движутся с постоянными скоростями в одном направлении по кольцевому шоссе. В момент старта гонщик B находился перед гонщиком A на расстоянии $1/3$ длины шоссе, а гонщик C – перед гонщиком B на таком же расстоянии. Гонщик A впервые догнал гонщика B в тот момент, когда гонщик B закончил свой круг, а ещё через 10 минут впервые догнал гонщика C . Гонщик B тратит на круг на 2,5 минуты меньше, чем гонщик C . За сколько минут каждый гонщик проходит круг?

OTBET: _____

№19. В треугольник ABC вписана окружность, радиус которой равен 5,5. Меньший отрезок, отсекаемый биссектрисой угла A от высоты BD , равен 4,5, а расстояние от точки D до точки касания окружности со стороной AC равно 2. Определите стороны треугольника ABC . **ОТВЕТ:** _____

№20. На рёбрах куба нужно расставить 12 чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 и некоторое действительное число a (по одному на каждом ребре, и все эти числа должны быть расставлены) так, чтобы сумма чисел, которые стоят на рёбрах, выходящих из любой вершины куба, была одна и та же для каждой вершины. При каком наименьшем a это можно сделать? **ОТВЕТ:** _____

Для проверки:

1		5		9		13		17	
2		6		10		14		18	
3		7		11		15		19	
4		8		12		16		20	
ИТОГ									