

Фамилия, имя \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

**I уровень (каждая задача по 2 балла)**

№1. Укажите количество простых чисел, принадлежащих промежутку  $[1; 19]$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№2. Найдите наибольшее значение функции  $y = 4x - 3,5 - 5x^2$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№3. Дана функция  $y = \frac{x}{2} + 2$ . Чему равна площадь треугольника, который образуется графиком этой функции и осями координат? **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№4. В треугольнике  $ABC$   $\angle A = 65^\circ$ ,  $\angle C = 55^\circ$ . Высоты треугольника пересекаются в точке  $O$ . Найдите величину угла  $AOC$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

**II уровень (каждая задача по 3 балла)**

№5. Число 17 надо было умножить на двузначное число, но по ошибке ученик не заметил знака умножения и посчитал, что уже получил ответ. На самом деле истинное произведение на 420 меньше полученного четырёхзначного числа. Найдите двузначное число. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№6. Две медианы равнобедренного треугольника взаимно перпендикулярны. Боковая сторона равна  $\sqrt{10}$ . Найдите площадь треугольника. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№7. Пусть  $x_1 + x_2 = 7$ ,  $x_1 \cdot x_2 = 2$ . Найдите  $x_1^4 + x_2^4$  **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№8. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x - xy - y = 5, \\ x^2 - xy + y^2 = 7 \end{cases}$  **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

**III уровень (каждая задача по 4 балла)**

№9. Четыре числа являются последовательными членами геометрической прогрессии. Сумма крайних чисел равна 112, сумма средних чисел равна 48. Найдите сумму большего и меньшего из этих чисел. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№10. Найдите значение выражения  $A = \frac{1}{x^2-4} + \frac{1}{x^2+8x+12} + \frac{1}{x^2+16x+60}$  при  $x = \sqrt{39} - 4$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№11. Параболы  $y = -5(x - 3)^2 + 4$  и  $y = ax^2 + bx + c$  симметричны относительно прямой, проходящей через их общую вершину параллельно оси абсцисс. Найдите сумму коэффициентов  $a, b, c$  **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№12. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AE, CK$ . Площади треугольников  $BEK, ABC$  равны  $\frac{1}{2}, \frac{9}{2}$  соответственно. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $BEK$ , если  $AC = 3\sqrt{2}$  **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

#### IV уровень (каждая задача по 6 баллов)

№13. Около окружности, радиус которой равен 10, описана равнобедренная трапеция. Расстояние между точками касания окружности с боковыми сторонами равно 12. Найдите длину боковой стороны трапеции. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№14. Найдите разность между суммой корней уравнения и их произведением  $\frac{(x+1)^2 \cdot x}{(x^2+x+1)^2} = -\frac{12}{49}$ .

**ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№15. Вершины  $B$  и  $C$  при основании равнобедренного треугольника  $ABC$  соединены с серединой  $M$  его высоты, проведённой из вершины  $A$ . Эти прямые пересекают боковые стороны  $AC, AB$  треугольника в точках  $D, E$  соответственно. Найдите площадь четырёхугольника  $AEMD$ , если площадь треугольника  $ABC$  равна 186 **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№16. От пристани  $A$  до пристани  $B$  вниз по течению катер проходит за 8 ч, а от пристани  $B$  до пристани  $A$  против течения – за 12 часов. Найдите время, за которое плот (не имеет собственной скорости) проплывёт от пристани  $A$  до пристани  $B$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

#### V уровень (каждая задача по 10 баллов)

№17. В результате реконструкции цеха число высвободившихся рабочих заключено в пределах от 1,7 до 2,3% от общего числа рабочих в цехе. Найдите минимальное число рабочих, которые могли быть заняты в цехе до реконструкции. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№18. Длины катетов прямоугольного треугольника равны 6 и 8. На гипотенузе треугольнике вне треугольника построен квадрат, одна из сторон которого совпадает с гипотенузой. Вычислите расстояние от вершины прямого угла до точки пересечения диагоналей квадрата. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№19. Решите уравнение  $(x^2 - x - 1)^2 - x^3 = 5$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№20. Сколько среди натуральных чисел от 1 до 999 существует таких чисел  $n$ , что сумма цифр в их десятичной записи равна наибольшему общему делителю чисел  $n$  и  $n + 6$ ? **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

Для проверки:

1		5		9		13		17	
2		6		10		14		18	
3		7		11		15		19	
4		8		12		16		20	
<b>ИТОГ</b>									

Фамилия, имя \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

### І уровень (каждая задача по 2 балла)

№1. Вычислите  $\frac{9}{5-\sqrt{7}} + \frac{22}{7+\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№2. Альбом стоил 18 рублей. После подорожания он стал стоить 23 рубля 40 копеек. На сколько процентов подорожал альбом? ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№3. Найдите площадь треугольника, если проекции катетов на гипотенузу равны 9 и 16. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№4. Найдите сумму целых решений неравенства  $\frac{(x^2+6x+5)(x-6)^2}{1-x^2} \geq 0$  ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

### ІІ уровень (каждая задача по 3 балла)

№5. Найдите модуль разности наибольшего и наименьшего корней уравнения

$(2x^2 - 5x - 1)^2 = (7x - 11)^2$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№6. На соревнованиях по стрельбе за попадание в цель начисляется 5 очков, а за промах – снимается 3 очка. Определите, какое наименьшее количество раз необходимо попасть в цель с 10 попыток, чтобы набрать не менее 21 очка. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№7. Поезд прошёл с постоянной скоростью мимо всей платформы длиной 360 м за 24 с, а мимо наблюдателя, стоящего на платформе, - за 8 с. Найдите скорость поезда (в м/с). ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№8. Найдите сумму двух натуральных чисел, разность которых равна 66, а НОК равно 360. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

### ІІІ уровень (каждая задача по 4 балла)

№9. В треугольнике  $ABC$  на стороне  $AB$  взята точка  $M$ , а на стороне  $AC$  – точка  $K$  так, что  $AM:MB = 2:1$ ,  $AK:KC = 1:3$  и треугольник  $AMK$  – равносторонний. Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $BC = 21$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№10. В равнобедренную трапецию, площадь которой равна  $45\frac{1}{8}$ , вписана окружность. Сумма двух углов трапеции равна  $60^\circ$ . Найдите периметр трапеции. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№11. В сплаве олова и меди содержалось 11 кг меди. После того как добавили 7,5 кг олова, содержание олова повысилось на 33%. Найдите первоначальную массу сплава. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№12. Найдите  $b + c$ , если точка  $A(1; -2)$  является вершиной параболы  $y = x^2 + bx + c$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

#### IV уровень (каждая задача по 6 баллов)

№13. Первые члены арифметической и геометрической прогрессий одинаковы и равны 3, третьи члены также одинаковы, а вторые отличаются на 24. Найдите одиннадцатый член арифметической прогрессии, если все члены обеих прогрессий положительны. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№14. В окружность вписан треугольник, одна из сторон которого равна 21. Параллельно этой стороне через точку пересечения медиан проведена хорда. Отрезки хорды, расположенные вне треугольника, равны 8 и 11. Найдите периметр треугольника. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№15. 
$$\begin{cases} (x + y + 1)^2 + (x + y)^2 = 25, \\ x^2 - y^2 = 3. \end{cases}$$
 Решите систему уравнений. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№16. Найдите сумму всех трёхзначных чисел, которые при делении на 4 дают в остатке 3, при делении на 6 дают в остатке 5 и при делении на 9 дают в остатке 2. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

#### V уровень (каждая задача по 10 баллов)

№17. Из пунктов  $A$  и  $B$ , находящихся друг от друга на расстоянии  $\sqrt{43}$  м, равномерно и прямолинейно движутся в пункт  $C$  две точки. Скорость первой точки равна 1 м/с, скорость второй точки равна 0,5 м/с. Найдите сумму расстояний  $AC$  и  $BC$  в метрах, если известно, что первая точка прибыла в пункт  $C$  на 5 секунд раньше второй и угол  $ACB$  равен  $60^\circ$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№18. Андрей написал программу для компьютера: если на экране появляется число  $a$ ,  $a \neq -1$ , то после нажатия клавиши *Enter* на экране появляется число  $\frac{a-1}{a+1}$ , если же на экране появляется число  $a = -1$ , то компьютер выводит на экран сообщение об ошибке. Андрей вывел на экран некоторое число  $A$  и последовательно нажал клавишу *Enter* 2025 раз, в результате чего на экране появилось число 1000. Чему равно число  $A$ ? **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№19. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  (угол  $C$  – прямой) на гипотенузе  $AB$  отмечены точки  $K, L$  так, что  $AK = KL = LB$ . Найдите длину гипотенузы, если  $CK^2 + CL^2 = 5$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№20. Решите уравнение  $\frac{54}{x^4 - 24x^2 + 150} = x^2 + 4\sqrt{3}x + 21$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

Для проверки:

1		5		9		13		17	
2		6		10		14		18	
3		7		11		15		19	
4		8		12		16		20	
<b>ИТОГ</b>									

Фамилия, имя \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

### I уровень (каждая задача по 2 балла)

№1. Найдите сумму всех натуральных решений неравенства  $(7 - x) \cdot (x + 8)^3 \cdot (x - 19)^2 \geq 0$ .  
ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№2. Длины диагоналей ромба являются корнями уравнения  $0,1x^2 - 3,2x + 9,6 = 0$ . Найдите площадь ромба. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№3. Найдите значение выражения  $(\frac{2}{\sqrt{3}+1} + \frac{6}{\sqrt{3}-1}) \cdot (2\sqrt{3} - 1)$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№4. Сколько килограммов сухарей с влажностью 15% можно получить из 255 кг хлеба с влажностью 45%? ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

### II уровень (каждая задача по 3 балла)

№5. График функции, заданной формулой  $y = kx + b$ , симметричен относительно начала координат и проходит через точку  $A(4; 12)$ . Найдите значение выражения  $k + b$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№6. Длины двух сторон треугольника равны 5 и 6, а его площадь равна  $3\sqrt{21}$ . Найдите наибольшее значение, которое может принимать длина третьей стороны треугольника. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№7. Найдите сумму всех натуральных чисел  $n$ , при которых выполняется равенство  $\text{НОК}(n; 52) = 52$ .  
ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№8. В равнобедренном треугольнике две стороны равны 5 и 20. Найдите биссектрису угла при основании треугольника. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

### III уровень (каждая задача по 4 балла)

№9. Конфеты в коробки упаковываются рядами, причём количество конфет в каждом ряду на 4 больше, чем количество рядов. Дизайн коробки изменили, при этом добавили 3 ряда, а в каждом ряду добавили по 1 конфете. В результате количество конфет в коробке увеличилось на 39. Сколько конфет упаковывалось в коробку первоначально? ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№10. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD > BC$  точка пересечения её диагоналей делит диагональ  $AC$  на отрезки длиной 4 и 1. Найдите площадь трапеции  $ABCD$ , если площадь треугольника  $ABC$  равна 15. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№11. Найдите сумму всех трёхзначных чисел, не кратных семи. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№12. Найдите, сколько сторон имеет правильный многоугольник, у которого отношение длины описанной окружности к стороне многоугольника равно  $2\pi$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

#### IV уровень (каждая задача по 6 баллов)

№13. Найдите произведение наименьшего и наибольшего целых решений неравенства

$|12 - x - x^2| + 2 < 2 \cdot |3 - x| + |x + 4|$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№14. Первые члены арифметической и геометрической прогрессий одинаковы и равны 2, третьи члены также одинаковы, а вторые отличаются на 4. Найдите шестой член арифметической прогрессии, если все члены обеих прогрессий положительны. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№15. Решите уравнение  $\frac{30x^2}{x^4+25} = x^2 + 2\sqrt{5}x + 8$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№16. Двое рабочих различной квалификации выполнили некоторую работу, причём первый проработал 7 часов, прежде чем к нему присоединился второй. Если бы сначала второй рабочий работал 7 часов, а затем к нему присоединился первый, то работа была бы закончена на 84 минуты позже. Известно, что первый рабочий четвертую часть работы выполняет на 3 часа быстрее. Чем второй выполняет третью часть работы. Сколько минут заняло выполнение всей работы?

ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

#### V уровень (каждая задача по 10 баллов)

№17. От пристани  $B$  отплывает плот и одновременно против течения реки отходит катер. Доплыв до пристани  $A$ , находящейся на расстоянии  $s_1$  от пристани  $B$ , катер разворачивается и плывёт к пристани  $C$ , находящейся на расстоянии  $s_2$  вниз по течению реки от пристани  $B$ . Найдите наибольшее возможное значение скорости катера (в км/ч) в стоячей воде, при движении с которой он прибудет к пристани  $C$  не раньше, чем плот, если скорость течения реки равна 6 км/ч, а  $s_1 : s_2 = 7 : 4$ .

ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№18. Центры трёх попарно касающихся окружностей совпадают с вершинами треугольника со сторонами 5, 6 и 7. При этом две окружности касаются внешним образом и находятся внутри третьей окружности. Найдите радиус третьей окружности. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№19. У Васи в кармане лежит 100 одинаковых по форме карточек, на которых написаны натуральные числа от 1 до 100 (каждое число ровно на одной карточке). Вася вынимает наугад часть карточек и смотрит, какие числа на них написаны. Какое наименьшее число карточек должен вынуть Вася, чтобы среди записанных на них чисел заведомо нашлось пять, сумма которых делится на 3? ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№20. Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих равенству  $x^2 - 3xy + 2y^2 - x = 0$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

Для проверки:

1		5		9		13		17	
2		6		10		14		18	
3		7		11		15		19	
4		8		12		16		20	
ИТОГ									

Фамилия, имя \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

**I уровень (каждая задача по 2 балла)**

№1. Найдите произведение действительных корней уравнения  $(x^2 - x + 1) \cdot (x^2 - x - 1) = 2$ .  
ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№2. Найдите радиус окружности с центром  $A(2; 3)$  и проходящую через точку  $B(-2; 6)$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№3. Две стороны тупоугольного треугольника равны  $\sqrt{17}$  и 5, а высота, проведённая к третьей стороне, равна 4. Найдите площадь этого треугольника. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№4. Первую половину пути автомобиль двигался со скоростью 84 км/ч, а вторую – со скоростью 63 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всём пути. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

**II уровень (каждая задача по 3 балла)**

№5. Если от квадрата отрезать параллельно его стороне полоску ширины 2, то площадь оставшегося прямоугольника будет на 14 меньше площади квадрата. Найдите периметр исходного квадрата.  
ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№6. Найдите сумму первых семи членов арифметической прогрессии, четвёртый член которой равен 5. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№7. В окружности радиуса 5 проведена хорда. Сумма её длины и расстояния от центра окружности до этой хорды равно 11. Найдите длину хорды. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№8. Коля и Толя в течение недели (7 дней) собирали орехи. В понедельник они собрали поровну орехов. В каждый последующий день недели Коля собирал на 40 орехов больше, чем в предыдущий, а Толя в два раза больше, чем в предыдущий. В результате оказалось, что общее число орехов, собранных каждым из ребят, одно и то же. Сколько орехов собрал каждый из ребят в понедельник?  
ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

**III уровень (каждая задача по 4 балла)**

№9. Найдите значение выражения  $\frac{\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}}{\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}} \cdot \frac{x^2 y^2}{(x+y)^2 + (x-y)^2}$  при  $x = 0,075$  и  $y = 16\frac{2}{3}$ .

ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№10. Решите уравнение  $||x^2 - 2x| - 3| = 3 - x$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№11. Найдите количество натуральных чисел  $n$ , при которых число  $\frac{3n+10}{2n-5}$  также является натуральным. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№12. Центр окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, удалён от концов боковой стороны на расстояния 8 см и 4 см. Найдите среднюю линию трапеции. ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

#### IV уровень (каждая задача по 6 баллов)

№13. Однажды Петя стрелял в тире, в котором действовало следующее правило: за каждое попадание в мишень стрелок получал два дополнительных бесплатных патрона, а за каждый промах у него отбирался один патрон (если, конечно, после промаха у него оставались патроны). Сколько раз Петя попал в мишень, если к концу стрельбы выяснилось, что число попаданий равно числу оплаченных им патронов, а выстрелить ему удалось 20 раз? **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№14. Найдите косинус угла при вершине равнобедренного треугольника, если известно, что медианы, проведённые к его боковым сторонам, взаимно перпендикулярны. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№15. Найдите все натуральные числа  $m$ , при которых уравнение  $x^2 - 5mx + 84 = 0$  имеет целые корни. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№16. Три числа составляют геометрическую прогрессию. Если из её третьего члена вычесть 4, то эти числа составят арифметическую прогрессию. Если же из второго и третьего членов полученной арифметической прогрессии вычесть по 1, то снова получится геометрическая прогрессия. Найдите три исходных числа. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

#### V уровень (каждая задача по 10 баллов)

№17. Два пешехода движутся в один и тот же пункт по прямолинейным дорогам каждый со своей постоянной скоростью. В начальный момент времени положения пешеходов и пункта, в который они движутся, образуют равносторонний треугольник. После того, как первый пешеход прошёл 8 км, указанный треугольник стал прямоугольным. В момент прибытия второго пешехода в пункт назначения первому остаётся пройти ещё 12 км. Определите расстояние между пешеходами в начальный момент времени. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№18. Среди поступающих в Лицей был проведён опрос. На вопрос: «Какой предмет вы любите больше – математику или физику?» большая часть опрошенных ответила, что математику, меньшая – что физику. Далее оказалось, что среди любителей физики 85% предпочитают задачи по термодинамике, а остальные 15% - по механике. Среди любителей математики 56,25% любят задачи по алгебре, 37,5% - по геометрии, а оставшиеся два человека – задачи по тригонометрии. Сколько поступающих в Лицей было опрошено? **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№19. На стороне  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  взяты точки  $K, M$  так, что  $AK, DM$  – биссектрисы углов  $A, D$ , причём  $BM = MK = KC$ . Известно также, что  $AB = 12, DK = 6\sqrt{3}$ . Найдите площадь параллелограмма. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№20. Действительные числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенству  $x^3 + y^3 = 27 - 9xy$ . Найдите все возможные значения суммы  $x + y$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

Для проверки:

1		5		9		13		17	
2		6		10		14		18	
3		7		11		15		19	
4		8		12		16		20	
<b>ИТОГ</b>									



Фамилия, имя \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

**I уровень (каждая задача по 2 балла)**

№1. Электронные часы показывают цифры часов и минут (например, 21:16). Какая наибольшая сумма цифр может быть на таких часах? **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№2. Вычислите  $x^3y + xy^3$ , если известно, что  $x - y = 4, xy = 3$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№3. Найдите значение выражения  $2\sin 240^\circ + \operatorname{tg} 120^\circ - \cos 540^\circ$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№4. Одно число больше другого на 44. При делении чисел в частном получается 2, а в остатке 15. Найдите эти числа. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

**II уровень (каждая задача по 3 балла)**

№5. Найдите полусумму трёх чисел, если первое относится ко второму как 4,5:3,75 и составляет 40% третьего, а сумма второго и третьего равна 400. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№6. В пересечение двух равных кругов вписан ромб с диагоналями 24 и 12. Найдите радиус круга. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№7. Вычислите  $\cos(2\arctg 0,5)$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№8. В тетраэдре  $ABCD$   $AB = BC, AD = DC$ . Найдите угол между прямыми  $AC, BD$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

**III уровень (каждая задача по 4 балла)**

№9. Найдите произведение корней (или корень) уравнения  $\frac{4x-4}{x+2} - 4\sqrt{\frac{5x+2}{x+2}} + \frac{5x+2}{x-1} = 0$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№10. В трапеции  $ABCD$   $AB = CD$ . Перпендикуляр  $AP$  к стороне  $CD$  делит её на отрезки 12 и 3, считая от большего основания, равного 20.  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите длину  $BK$ .

**ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№11. Найдите значение выражения  $\cos 24^\circ - \cos 84^\circ - \cos 12^\circ + \sin 42^\circ$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№12 Найдите множество значений функции  $y = 4 + \frac{7}{-3x^2+6x-10}$ . **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

**IV уровень (каждая задача по 6 баллов)**

№13. Три числа образуют геометрическую прогрессию. Если второе число увеличить на 2, то прогрессия станет арифметической. А если после этого последнее число увеличить на 9, то прогрессия снова станет геометрической. Найдите третье число исходной прогрессии. **ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

№14. Найдите сумму корней уравнения  $\sqrt{9x - 20 - x^2} \cdot (\cos 2x - 5\sqrt{3}\sin x - 7) = 0$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№15. Имеются два слитка сплава олова с медью. Первый слиток содержит 230 г олова и 20 г меди, а второй слиток – 240 г олова и 60 г меди. От каждого слитка отрубили по куску, сплавив их и получили 300 г сплава. Сколько граммов отрубили от первого слитка, если в полученном сплаве было 84% олова? ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№16. Дан многочлен  $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ , коэффициенты которого целые числа,  $a > 0, b < 0$ . Известно, что  $P(-1) = -1$ , один из корней многочлена равен  $-1,5$ , а два другие – противоположные действительные числа. Найдите значение выражения  $a \cdot c + b$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

**V уровень (каждая задача по 10 баллов)**

№17. Найдите наименьшее значение выражения  $2x^2 + 2xy + y^2 - 2x + 2y + 2$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№18. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  (угол  $C$  – прямой) из вершины  $C$  на гипотенузу  $AB$  опущены высота  $CD$  и биссектриса  $CM$ , длины которых равны соответственно 6 и 8. Найдите площадь треугольника  $ABC$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№19. Найдите, при каких  $x$  пересекаются графики функций  $y = 12 + 2x\sqrt{x - \frac{12}{x}}$  и  $y = x^2 + x$ , укажите в ответе произведение найденных  $x$ . ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

№20. Каждая клетка таблицы размером  $7 \times 8$  (7 строк и 8 столбцов) покрашены в один из трёх цветов: красный, желтый или зеленый. При этом в каждой строке красных клеток не меньше, чем желтых и не меньше, чем зеленых, а в каждом столбце желтых клеток не меньше, чем красных и не меньше, чем зеленых. Сколько зеленых клеток может быть в такой таблице? ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

**Для проверки:**

1		5		9		13		17	
2		6		10		14		18	
3		7		11		15		19	
4		8		12		16		20	
<b>ИТОГ</b>									