

Фамилия, имя _____

Класс _____

I уровень (каждая задача по 2 балла)

№1. Найдите наименьшее натуральное число, которое больше 10 и при делении на 24, 45, 56 даёт в остатке 1. **ОТВЕТ:** _____

№2. Цену на товар снижали три раза – на 10%, на 20% и на 25%. Определите, на сколько процентов оказалась в результате снижена цена. **ОТВЕТ:** _____

№3. Найдите такое число m , что $\text{НОД}(m, 48)=2$ и $\text{НОК}(m, 46)=3542$. **ОТВЕТ:** _____

№4. Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки $A(-2; 3), B(0; 1)$. **ОТВЕТ:** _____

II уровень (каждая задача по 3 балла)

№5. Одна из трёх бочек наполнена водой, а остальные пустые. Если вторую бочку наполнить водой из первой бочки, то в первой останется $\frac{1}{4}$ бывшей в ней воды. Если затем наполнить третью бочку из второй, то во второй останется $\frac{2}{9}$ количества содержащейся в ней воды. Если, наконец, из третьей бочки вылить воду в пустую первую, то для её наполнения потребуется ещё 50 вёдер. Определите вместимость каждой бочки. **ОТВЕТ:** _____

№6. Найдите среднее арифметическое всех целых значений переменной n , при которых значение выражения $\frac{8}{n+3}$ является натуральным числом. **ОТВЕТ:** _____

№7. Второй член арифметической прогрессии равен -7, а разность между пятым и восьмым членами равна -9. Определите, какой номер имеет член этой прогрессии, равный 8. **ОТВЕТ:** _____

№8. Найдите значение выражения $\frac{\left(\frac{1}{15}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{75}\right)^{-4} \cdot \frac{9}{125} + 0,2^{-2}}{17,5}$ **ОТВЕТ:** _____

III уровень (каждая задача по 4 балла)

№9. Сумма трёх чисел равна $\frac{11}{18}$, а сумма обратных им чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна 18. Найдите эти числа. **ОТВЕТ:** _____

№10. Пусть $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$. Чему равно значение выражения $x^3 + \frac{1}{x^3}$? **ОТВЕТ:** _____

№11. Решите уравнение $(x + 1) \cdot (x^3 + x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1)^2$. **ОТВЕТ:** _____

№12. Три каменщика различной квалификации выложили кирпичную стену. При этом первый работал 6 ч, второй – 4 ч, третий – 7 ч. Если бы первый каменщик работал 4 ч, второй – 2 ч, третий – 5 ч, то было бы выложено только $\frac{2}{3}$ стены. Определите, за какое время выполнили бы всю работу трое рабочих, если бы всё время работали вместе. **ОТВЕТ:** _____

IV уровень (каждая задача по 6 баллов)

№13. Найдите коэффициенты уравнения $x^2 + px + q = 0$ при условии, что разность корней уравнения равна 5, а разность кубов корней уравнения равна 35. **ОТВЕТ:**_____

№14. Решите уравнение в целых числах $x \cdot (x + 1) = y^2$ **ОТВЕТ:**_____

№15. Точки D, E – соответственно середины сторон AC, BC треугольника ABC . Окружность, описанная около треугольника CDE , проходит через точку M пересечения медиан треугольника ABC . Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 10, AE = BD$. **ОТВЕТ:**_____

№16. Найдите все натуральные решения уравнения $15x + 21y^2 + 35z^3 = 2310$

ОТВЕТ:_____

V уровень (каждая задача по 10 баллов)

№17. Решите уравнение $\sqrt{9 + x^2 - 3x\sqrt{3}} + \sqrt{x^2 + y^2 - xy\sqrt{3}} + \sqrt{16 + y^2 - 4y\sqrt{3}} = 5$
ОТВЕТ:_____

№18. Точки A, C лежат на левой и правой ветвях гиперболы $y = \frac{1}{x}$ соответственно. Окружность с диаметром AC пересекает левую ветвь этой гиперболы ещё раз в точке D , а правую ветвь ещё раз в точке B . Найдите абсциссу середины отрезка BD , если абсцисса середины отрезка AC равна 1. **ОТВЕТ:**_____

№19. Найдите все целые значения n , при которых дробь $\frac{n^2 - 2n - 5}{3n - 2}$ является целым числом. **ОТВЕТ:**_____

№20. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle ACB = 90^\circ$) высота, опущенная на гипотенузу, равна $\sqrt{3}$, а разность острых углов равна 30° . Найдите длины сторон треугольника ABC . **ОТВЕТ:**_____

Для проверки:

1	2521	5	70, 90, 120	9	1/9, 1/6, 1/3	13	$\mp 1,$ -6	17	$\frac{32\sqrt{3} - 24}{13};$ $\frac{72\sqrt{3} - 96}{11}$
2	46	6	3/4	10	0	14	(0; 0), (-1; 0)	18	0
3	154	7	7	11	0	15	$25\sqrt{3}$	19	-17; 1
4	-1	8	40	12	6	16	56, 5,3	20	2; $2\sqrt{3}$; 4
ИТОГ									

В №10 правильным ответом считала и $\emptyset$ (почему?)

Фамилия, имя _____

Класс _____

I уровень (каждая задача по 2 балла)

№1. Какое двузначное число в 4 раза больше суммы своих цифр и в 3 раза больше произведения цифр?

ОТВЕТ: _____

№2. Найдите сумму длин диагоналей куба с ребром 3. **ОТВЕТ:** _____

№3. Вычислите $(0,8 - \frac{6}{19} \cdot (4,22 - 28,07 : 3,5))^2 + 186 \cdot 0,25$. **ОТВЕТ:** _____

№4. Вычислите значение выражения $\frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1}$, где x_1, x_2 – корни уравнения $3x^2 - 7x - 2 = 0$.

ОТВЕТ: _____

II уровень (каждая задача по 3 балла)

№5. Окружность, вписанная в треугольник, точкой касания делит одну из сторон на отрезки, равные 3 и 4, а противолежащий этой стороне угол равен 120° . Найдите площадь треугольника. **ОТВЕТ:** _____

№6. Найдите количество целых решений неравенства $(8x + 7)^2(4x + 3)(2x + 2) < 9$. **ОТВЕТ:** _____

№7. В треугольнике длина каждой из двух высот равна 8, а длина третьей высоты равна 12. Найдите площадь треугольника. **ОТВЕТ:** _____

№8. Найдите сумму целых решений неравенства $\frac{(x+2)^2(x+10)^2}{(9-x)(x-4)\sqrt{x^2-49}} \geq 0$. **ОТВЕТ:** _____

III уровень (каждая задача по 4 балла)

№9. Найдите сумму первых ста натуральных чисел, больших 10, которые при делении на 5 дают в остатке 3. **ОТВЕТ:** _____

№10. В каждом вагоне находится одинаковое число пассажиров. Количество пассажиров в одном вагоне превосходит число вагонов на 9. Когда на станции во второй вагон вошло 10 человек, а из остальных вышло по 10 человек, то число пассажиров во втором вагоне оказалось равным числу пассажиров, оставшихся во всех остальных вагонах. Сколько пассажиров было первоначально в каждом вагоне? **ОТВЕТ:** _____

№11. Около треугольника ABC описана окружность. Медиана AD продолжена до пересечения с этой окружностью в точке E . Известно, что $AB + AD = DE$, $\angle BAD = 60^\circ$, $AE = 6$. Найдите площадь треугольника ABC . **ОТВЕТ:** _____

№12. Четыре числа образуют геометрическую прогрессию. Если из первого числа вычесть 11, из второго 1, из третьего 3, а из четвертого 9, то получится арифметическая прогрессия. Найдите эти числа. **ОТВЕТ:** _____

IV уровень (каждая задача по 6 баллов)

№13. Сколько существует пар $(a; b)$ целых чисел a и b , для которых выполняется равенство $\frac{a+8}{a+3} = \frac{b}{4}$?

OTBET: _____

№14. Какое максимальное число ферзей, не бьющих друг друга, можно расставить на шахматной доске 8×8 ? **ОТВЕТ:** _____

№15. Мне в данный момент вдвое больше лет, чем моему брату было тогда, когда мне было столько лет, сколько ему теперь. Когда моему брату будет столько лет, сколько мне теперь, сумма наших возрастов будет равна 63 годам. Сколько лет каждому из нас в данный момент?

ОТВЕТ:

№16. Площадь треугольника ABC равна $15\sqrt{3}$. Угол BAC равен 120° . Угол ABC больше угла ACB . Расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , равно 2. Найдите медиану треугольника ABC , проведенную из вершины B . **ОТВЕТ:** _____

V уровень (каждая задача по 10 баллов)

№17. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) на сторонах AB и BC отмечены точки M, N соответственно, причём $BN = NM = MA, BM = AC$. Найдите углы треугольника ABC .

OTBET: _____

№18. Из пункта A в пункт B выехал велосипедист, а ещё через 15 минут вслед за ним выехал второй велосипедист. Через 27 минут после выезда второго велосипедиста из пункта B в пункт A выехал мотоциклист. Все трое участников движения встретились ровно посередине между пунктами A и B . Мотоциклист, доехав до A , и второй велосипедист, доехав до B , развернулись, поехали в обратном направлении и снова одновременно встретились с первым велосипедистом. За сколько минут мотоциклист проехал расстояние от B до A ? **ОТВЕТ:** _____

№19. В треугольнике ABC угол при вершине A равен 60° , а его биссектриса пересекает сторону BC в точке L . Описанная окружность треугольника ABL пересекает сторону AC в точках A и D , а описанная окружность треугольника ACL пересекает сторону AB в точках A и E . Прямые BD и CE пересекаются в точке F . Найдите значение отношения DE к FL . **ОТВЕТ:**

№20. В клетки таблицы 15×15 вписаны целые числа. Известно, что сумма чисел в любом квадратице 2×2 нечётна. Какое наименьшее и какое наибольшее количество нечётных чисел может содержаться во всей таблице? **ОТВЕТ:**

Для проверки:

1	24	5	$4\sqrt{3}$	9	26050	13	12	17	36; 72; 72
2	$12\sqrt{3}$	6	1	10	15	14	8	18	36
3	50,5	7	$36\sqrt{2}$	11	$\frac{9\sqrt{3}}{4}$	15	21; 28	19	$\sqrt{3}$
4	$-26\frac{1}{18}$	8	-2	12	27; 9; 3; 1	16	9	20	49; 176
ИТОГ									