ELMO_1, 20.09.2025

Фамилия, имя____

Класс____

I уровень (каждая задача по 2 балла)

№1. Найдите наименьшее натуральное число, которое больше 10 и при делении на 24, 45, 56 даёт в остатке 1. **ОТВЕТ**______________

№2. Цену на товар снижали три раза – на 10%, на 20% и на 25%. Определите, на сколько процентов оказалась в результате снижена цена. **ОТВЕТ:**_________________________

№3. Найдите такое число m, что НОД(m, 48)=2 и НОК(m, 46)=3542. **ОТВЕТ:**_____________________

№4. Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки $A(-2;3), B(0;1)$. **ОТВЕТ:**____

II уровень (каждая задача по 3 балла)

№5. Одна из трёх бочек наполнена водой, а остальные пустые. Если вторую бочку наполнить водой из первой бочки, то в первой останется $\frac{1}{4}$ бывшей в ней воды. Если затем наполнить третью бочку из второй, то во второй останется $\frac{2}{9}$ количества содержавшейся в ней воды. Если, наконец, из третьей бочки вылить воду в пустую первую, то для её наполнения потребуется ещё 50 вёдер. Определите вместимость каждой бочки. **ОТВЕТ:**____

№6. Найдите среднее арифметическое всех целых значений переменной n, при которых значение выражения $\frac{8}{n+3}$ является натуральным числом. **ОТВЕТ:**____

№7. Второй член арифметической прогрессии равен -7, а разность между пятым и восьмым членами равна -9. Определите, какой номер имеет член этой прогрессии, равный 8. **ОТВЕТ:**___________________

№8. Найдите значение выражения $\dfrac{(\frac{1}{15})^3 \cdot \left(\frac{1}{75}\right)^{-4} \cdot \frac{9}{125} + 0{,}2^{-2}}{17{,}5}$ **ОТВЕТ:**________________________________

III уровень (каждая задача по 4 балла)

№9. Сумма трёх чисел равна $\frac{11}{18}$, а сумма обратных им чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна 18. Найдите эти числа. **ОТВЕТ:**____

№10. Пусть $(x+\frac{1}{x})^2 = 3$. Чему равно значение выражения $x^3 + \frac{1}{x^3}$? **ОТВЕТ:**______________________

№11. Решите уравнение $(x+1) \cdot (x^3 + x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1)^2$. **ОТВЕТ:**_____________________

№12. Три каменщика различной квалификации выложили кирпичную стену. При этом первый работал 6 ч, второй – 4 ч, третий – 7 ч. Если бы первый каменщик работал 4 ч, второй – 2 ч, третий – 5 ч, то было бы выложено только $\frac{2}{3}$ стены. Определите, за какое время выполнили бы всю работу трое рабочих, если бы всё время работали вместе. **ОТВЕТ:**____

IV уровень (каждая задача по 6 баллов)

№13. Найдите коэффициенты уравнения $x^2 + px + q = 0$ при условии, что разность корней уравнения равна 5, а разность кубов корней уравнения равна 35. **ОТВЕТ:**___________________________________

№14. Решите уравнение в целых числах $x \cdot (x+1) = y^2$ **ОТВЕТ:**________________________________

№15. Точки D, E – соответственно середины сторон AC, BC треугольника ABC. Окружность, описанная около треугольника CDE, проходит через точку M пересечения медиан треугольника ABC. Найдите площадь треугольника ABC, если $AB = 10, AE = BD$. **ОТВЕТ:**__________________________

№16. Найдите все натуральные решения уравнения $15x + 21y^2 + 35z^3 = 2310$

ОТВЕТ:____

V уровень (каждая задача по 10 баллов)

№17. Решите уравнение $\sqrt{9 + x^2 - 3x\sqrt{3}} + \sqrt{x^2 + y^2 - xy\sqrt{3}} + \sqrt{16 + y^2 - 4y\sqrt{3}} = 5$ **ОТВЕТ:**____

№18. Точки A, C лежат на левой и правой ветвях гиперболы $y = \frac{1}{x}$ соответственно. Окружность с диаметром AC пересекает левую ветвь этой гиперболы ещё раз в точке D, а правую ветвь ещё раз в точке B. Найдите абсциссу середины отрезка BD, если абсцисса середины отрезка AC равна 1. **ОТВЕТ:**____

№19. Найдите все целые значения n, при которых дробь $\frac{n^2-2n-5}{3n-2}$ является целым числом. **ОТВЕТ:**______________________________________

№20. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle ACB = 90°$) высота, опущенная на гипотенузу, равна $\sqrt{3}$, а разность острых углов равна 30^0. Найдите длины сторон треугольника ABC. **ОТВЕТ:**_____________

Для проверки:

1	**2521**	**5**	**70, 90, 120**	**9**	**1/9, 1/6, 1/3**	**13**	**∓ 1, -6**	**17**	$\frac{32\sqrt{3}-24}{13}$; $\frac{72\sqrt{3}-96}{11}$
2	**46**	**6**	**3/4**	**10**	**0**	**14**	**(0; 0), (-1; 0)**	**18**	**0**
3	**154**	**7**	**7**	**11**	**0**	**15**	$25\sqrt{3}$	**19**	**-17; 1**
4	**-1**	**8**	**40**	**12**	**6**	**16**	**56, 5,3**	**20**	**2; $2\sqrt{3}$; 4**
ИТОГ									

В №10 правильным ответом считала и ∅ (почему?)

ELMO_2, 18.10.2025

Фамилия, имя____

Класс____

I уровень (каждая задача по 2 балла)

№1. Какое двузначное число в 4 раза больше суммы своих цифр и в 3 раза больше произведения цифр? **ОТВЕТ**____

№2. Найдите сумму длин диагоналей куба с ребром 3. **ОТВЕТ:**____________________________

№3. Вычислите $\left(0{,}8 - \frac{6}{19} \cdot (4{,}22 - 28{,}07 : 3{,}5)\right)^2 + 186 \cdot 0{,}25$. **ОТВЕТ:**______________________

№4. Вычислите значение выражения $\frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1}$, где x_1, x_2 – корни уравнения $3x^2 - 7x - 2 = 0$.
ОТВЕТ:____

II уровень (каждая задача по 3 балла)

№5. Окружность, вписанная в треугольник, точкой касания делит одну из сторон на отрезки, равные 3 и 4, а противолежащий этой стороне угол равен 120^0. Найдите площадь треугольника. **ОТВЕТ:**______

№6. Найдите количество целых решений неравенства $(8x + 7)^2(4x + 3)(2x + 2) < 9$. **ОТВЕТ:**______

№7. В треугольнике длина каждой из двух высот равна 8, а длина третьей высоты равна 12. Найдите площадь треугольника. **ОТВЕТ:**____

№8. Найдите сумму целых решений неравенства $\frac{(x+2)^2(x+10)^2}{(9-x)(x-4)\sqrt{x^2-49}} \geq 0$. **ОТВЕТ:**____________________

III уровень (каждая задача по 4 балла)

№9. Найдите сумму первых ста натуральных чисел, больших 10, которые при делении на 5 дают в остатке 3. **ОТВЕТ:**____

№10. В каждом вагоне находится одинаковое число пассажиров. Количество пассажиров в одном вагоне превосходит число вагонов на 9. Когда на станции во второй вагон вошло 10 человек, а из остальных вышло по 10 человек, то число пассажиров во втором вагоне оказалось равным числу пассажиров, оставшихся во всех остальных вагонах. Сколько пассажиров было первоначально в каждом вагоне? **ОТВЕТ:**____

№11. Около треугольника ABC описана окружность. Медиана AD продолжена до пересечения с этой окружностью в точке E. Известно, что $AB + AD = DE$, $\angle BAD = 60°$, $AE = 6$. Найдите площадь треугольника ABC. **ОТВЕТ:**____

№12. Четыре числа образуют геометрическую прогрессию. Если из первого числа вычесть 11, из второго 1, из третьего 3, а из четвёртого 9, то получится арифметическая прогрессия. Найдите эти числа. **ОТВЕТ:**____

IV уровень (каждая задача по 6 баллов)

№13. Сколько существует пар $(a; b)$ целых чисел a и b, для которых выполняется равенство $\frac{a+8}{a+3} = \frac{b}{4}$?
ОТВЕТ:______________________________

№14. Какое максимальное число ферзей, не бьющих друг друга, можно расставить на шахматной доске 8×8? **ОТВЕТ:**______________________________

№15. Мне в данный момент вдвое больше лет, чем моему брату было тогда, когда мне было столько лет, сколько ему теперь. Когда моему брату будет столько лет, сколько мне теперь, сумма наших возрастов будет равна 63 годам. Сколько лет каждому из нас в данный момент? **ОТВЕТ:**______________________________

№16. Площадь треугольника ABC равна $15\sqrt{3}$. Угол BAC равен 120^0. Угол ABC больше угла ACB. Расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, равно 2. Найдите медиану треугольника ABC, проведенную из вершины B. **ОТВЕТ:**______________________________

V уровень (каждая задача по 10 баллов)

№17. В равнобедренном треугольнике ABC $(AB = BC)$ на сторонах AB и BC отмечены точки M, N соответственно, причём $BN = NM = MA, BM = AC$. Найдите углы треугольника ABC.
ОТВЕТ:______________________________

№18. Из пункта A в пункт B выехал велосипедист, а ещё через 15 минут вслед за ним выехал второй велосипедист. Через 27 минут после выезда второго велосипедиста из пункта B в пункт A выехал мотоциклист. Все трое участников движения встретились ровно посередине между пунктами A и B. Мотоциклист, доехав до A, и второй велосипедист, доехав до B, развернулись, поехали в обратном направлении и снова одновременно встретились с первым велосипедистом. За сколько минут мотоциклист проехал расстояние от B до A? **ОТВЕТ:**______________________________

№19. В треугольнике ABC угол при вершине A равен 60^0, а его биссектриса пересекает сторону BC в точке L. Описанная окружность треугольника ABL пересекает сторону AC в точках A и D, а описанная окружность треугольника ACL пересекает сторону AB в точках A и E. Прямые BD и CE пересекаются в точке F. Найдите значение отношения DE к FL. **ОТВЕТ:**______________________________

№20. В клетки таблицы 15×15 вписаны целые числа. Известно, что сумма чисел в любом квадратике 2×2 нечётна. Какое наименьшее и какое наибольшее количество нечётных чисел может содержаться во всей таблице? **ОТВЕТ:**______________________________

Для проверки:

1	**24**	**5**	$4\sqrt{3}$	**9**	**26050**	**13**	**12**	**17**	**36; 72; 72**
2	$12\sqrt{3}$	**6**	**1**	**10**	**15**	**14**	**8**	**18**	**36**
3	**50,5**	**7**	$36\sqrt{2}$	**11**	$\frac{9\sqrt{3}}{4}$	**15**	**21; 28**	**19**	$\sqrt{3}$
4	$-26\frac{1}{18}$	**8**	**-2**	**12**	**27; 9; 3; 1**	**16**	**9**	**20**	**49; 176**
ИТОГ									

ELMO_3, 21.11.2025

Фамилия, имя____

Класс____

I уровень (каждая задача по 2 балла)

№1. Средний возраст бабушки, дедушки и их семи внуков равен 28 годам. Средний возраст всех этих внуков равен 15 годам. Определите возраст дедушки, если известно, что он на три года старше бабушки. **ОТВЕТ**____

№2. Найдите сумму всех чётных чисел, удовлетворяющих условию НОК $(n; 24) = 24$. **ОТВЕТ:**_______

№3. Найдите наименьшее целое число, принадлежащее области определения функции, заданной формулой $y = \frac{\sqrt{2x^2-5x-3}}{x-2+|x-2|}$. **ОТВЕТ:**____

№4. Найдите количество положительных целочисленных решений уравнения $x^2 - y^2 = 69$. **ОТВЕТ:**____

II уровень (каждая задача по 3 балла)

№5. Диагонали равнобедренной трапеции перпендикулярны. Найдите площадь трапеции, если её средняя линия равна 5. **ОТВЕТ:**____

№6. Турист за 4 дня прошёл менее 50 км. В первый день он прошёл 1/7 всего расстояния, во второй – 1/3 всего расстояния, в третий – 1/2, а в четвёртый – оставшееся расстояние. Сколько всего км прошёл турист, если известно, что длина пути выражается целым числом км? **ОТВЕТ:**_____________________

№7. Сколько вершин в правильном многоугольнике, если сумма всех его внутренних углов равна 1/7 части суммы всех внутренних углов правильного 16-угольника? **ОТВЕТ:**__________________________

№8. Если двузначное число разделить на число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, то в частном получится 4 и в остатке 3. Если же исходное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 8 и в остатке 7. Найдите исходное число. **ОТВЕТ:**____________________________

III уровень (каждая задача по 4 балла)

№9. Квартал застроен пятиэтажными и девятиэтажными домами, причём девятиэтажных домов меньше, чем пятиэтажных. Если число девятиэтажных домов увеличить вдвое, то общее число домов станет более 24, а если увеличить вдвое число пятиэтажных домов, то общее число домов станет менее 27. Сколько пятиэтажных и девятиэтажных домов построено? **ОТВЕТ:**________________ _____________

№10. В треугольнике ABC, площадь которого равна 300, через вершину угла B проведена прямая, пересекающая сторону AC в точке D так, что $\angle ABD = \angle C, AB: AC = 3: 5$. Определите площади двух полученных треугольников. **ОТВЕТ:**____

№11. Решите уравнение $\frac{x-1}{x} + \frac{x-2}{x} + \frac{x-3}{x} + \cdots + \frac{1}{x} = 3$. **ОТВЕТ:**____________________________________

№12. Найдите сумму целых решений системы неравенств $\begin{cases} \frac{36}{x} - x \leq 0, \\ \frac{|12-2x| \cdot (x^2+3x+8)}{|x|-3} \leq 0. \end{cases}$ **ОТВЕТ:**______ ______

IV уровень (каждая задача по 6 баллов)

№13. Биссектрисы тупых углов при основании трапеции пересекаются на другом её основании. Найдите все стороны трапеции, если её высота равна 12, а биссектрисы – 15 и 13. **ОТВЕТ:**_____________________

№14. Одна из сторон треугольника равна 16, медианы, проведённые к двум другим сторонам, равны 11,5 и 14,5. Определите неизвестные стороны треугольника. **ОТВЕТ:**______________________________

№15. Упростите выражение до суммы двух слагаемых $\sqrt{8+2\sqrt{10+2\sqrt{5}}}+\sqrt{8-2\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$.
ОТВЕТ:____

№16. Найдите увеличенное в 44 раза произведение корней уравнения $(\frac{x}{x-1})^2+(\frac{x}{x+1})^2=90$.

ОТВЕТ:____

V уровень (каждая задача по 10 баллов)

№17. Найдите все четвёрки натуральных чисел a, b, c, d такие, что $\begin{cases} a^2+b^2cd=745, \\ a^2c+b^2d=322, \\ a^2cd+b^2=536, \\ a^2d+b^2c=410. \end{cases}$

ОТВЕТ:____

№18. Три гонщика A, B, C, стартовав одновременно, движутся с постоянными скоростями в одном направлении по кольцевому шоссе. В момент старта гонщик B находился перед гонщиком A на расстоянии 1/3 длины шоссе, а гонщик C – перед гонщиком B на таком же расстоянии. Гонщик A впервые догнал гонщика B в тот момент, когда гонщик B закончил свой круг, а ещё через 10 минут впервые догнал гонщика C. Гонщик B тратит на круг на 2,5 минуты меньше, чем гонщик C. За сколько минут каждый гонщик проходит круг?

ОТВЕТ:____

№19. В треугольник ABC вписана окружность, радиус которой равен 5,5. Меньший отрезок, отсекаемый биссектрисой угла A от высоты BD, равен 4,5, а расстояние от точки D до точки касания окружности со стороной AC равно 2. Определите стороны треугольника ABC. **ОТВЕТ:**___________________________

№20. На рёбрах куба нужно расставить 12 чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 и некоторое действительное число a (по одному на каждом ребре, и все эти числа должны быть расставлены) так, чтобы сумма чисел, которые стоят на рёбрах, выходящих из любой вершины куба, была одна и та же для каждой вершины. При каком наименьшем a это можно сделать? **ОТВЕТ:**____

Для проверки:

1		**5**		**9**		**13**		**17**	
2		**6**		**10**		**14**		**18**	
3		**7**		**11**		**15**		**19**	
4		**8**		**12**		**16**		**20**	
ИТОГ									

ELMO_4, 20.12.2025

Фамилия, имя____

Класс____

I уровень (каждая задача по 2 балла)

№1. Найдите наименьшее натуральное число вида $\overline{143A75B}$, которое кратно 9. **ОТВЕТ**______________

№2. Известно, что $2{,}5 \le a \le 4$ и $3 \le b < 8$. Найдите наибольшее значение выражения $2a - \frac{b}{3}$.
ОТВЕТ:____

№3. В ходе учений сил и подразделений МЧС было развернуто несколько мобильных пунктов управления, каждый из которых имел линию связи со всеми остальными. Сколько мобильных пунктов управления было развернуто, если число линий связи равно 28? **ОТВЕТ:**__________________________

№4. В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CH к гипотенузе. Известно, что $AC = 3\sqrt{5}$, $BH = 12$. Найти CH. **ОТВЕТ:**____

II уровень (каждая задача по 3 балла)

№5. Корни x_1 и x_2 квадратного уравнения $x^2 - 2nx - 7n^2 = 0$ удовлетворяют условию $x_1^2 + x_2^2 = 54$. Найдите n^2. **ОТВЕТ:**____

№6. Найти целое число, которое обращается в квадрат при увеличении на 307, так и после уменьшения на 192. **ОТВЕТ:**____

№7. Вычислите $\frac{(0{,}5:1{,}25+\frac{7}{5}:1\frac{4}{7}-\frac{3}{11})\cdot 3}{\left(1{,}5+\frac{1}{4}\right):18\frac{1}{3}}$ **ОТВЕТ:**____

№8. Найдите среднее арифметическое целых решений неравенства
$(2x^2 + 11x + 6) \cdot (2x^2 + 11x + 13) < 8$. **ОТВЕТ:**____

III уровень (каждая задача по 4 балла)

№9. Через точку O пересечения медиан ΔABC $(AB = BC)$ проведена прямая, параллельная AC и пересекающая стороны AB и ВС в точках M и K соответственно. Найдите площадь S четырехугольника $AMKC$, если $BO = 4, AC = 10$. **ОТВЕТ:**____

№10. Найдите длину отрезка, концы которого лежат на графике функции
$f(x) = 9x^6 + 666|x|^3 - 13x + \frac{13}{x}$, а ось ординат является для него серединным перпендикуляром.
ОТВЕТ:____

№11. Три круга радиусами 1, 2 и 3 попарно касаются друг друга внешним образом. Круги радиусом 1 и радиусом 2 касаются в точке A, а круги радиусом 2 и радиусом 3 — в точке B. Найдите расстояние AB.
ОТВЕТ:____

№12. Лицеист спустился вниз по движущемуся эскалатору в гипермаркете и насчитал 30 ступенек. На первом этаже он увидел завуча лицея, побежал вверх по тому же эскалатору с той же (относительно эскалатора) скоростью и насчитал 150 ступенек. Сколько ступенек он насчитал бы, спустившись по неподвижному эскалатору? **ОТВЕТ:**____

IV уровень (каждая задача по 6 баллов)

№13. В четырёхугольнике $ABCD$ диагональ BD является диаметром окружности, описанной около этого четырёхугольника. Найдите длину диагонали AC, если $BD = 2, AB = 1, \frac{\angle ABD}{\angle DBC} = \frac{4}{3}$ **ОТВЕТ:**____________

№14. Петя и Вася четыре дня собирали грибы. Каждый следующий день (начиная со второго) Петя собирал в одно и тоже число раз больше грибов, чем в предыдущий. Вася же в каждый следующий день собирал на одно и тоже число грибов больше, чем в предыдущий. В первый и третий день они собрали по одному и тому же количеству грибов. Во второй день Вася собрал на 3 гриба больше, чем Петя, а в четвертый день Петя собрал на 15 больше, чем Вася. Сколько грибов собрал каждый из мальчиков за четыре дня? **ОТВЕТ:**____________

№15. В ромб *ABCD* вписана окружность, она касается стороны *BC* в точке Q. Найдите площадь ромба, если известно, что $AQ=3\sqrt{7}$, $DQ=\sqrt{39}$. **ОТВЕТ:**____________

№16. Найдите трёхзначное число, зная, что число его десятков есть среднее геометрическое числа сотен и единиц. Если в его записи поменять местами цифры сотен и единиц и вычесть новое число из искомого, то разность будет равна 297. **ОТВЕТ:**____________

V уровень (каждая задача по 10 баллов)

№17. В каждую клетку таблицы, размером 20×20, поставлены точки желтого и зеленого цвета. Если две точки, окрашенные в один цвет, оказываются в соседних клетках в некоторой строке или столбце, они соединяются отрезком того же цвета. Соседние точки разного цвета соединяются отрезками черного цвета. Среди точек 219 желтых, 39 из которых находятся в клетках на границе квадрата, но ни одна не находится в углу. Проведено также 237 черных отрезков. Сколько зеленых отрезков? **ОТВЕТ:**____________

№18. Диагонали прямоугольной трапеции *ABCD* (*AD* || *BC* ⊥ *AB*) взаимно перпендикулярны. Меньшее основание *BC* = 2, радиус окружности, описанной около треугольника *BCD*, равен 3. Найдите площадь трапеции и её боковую сторону *CD*. **ОТВЕТ:**____________

№19. Через точку M, расположенную на диаметре окружности радиуса 4, проведена хорда AB, образующая с диаметром угол 30^0. Через точку B проведена хорда BC, перпендикулярная данному диаметру. Найдите площадь треугольника ABC, если $AM: MB = 2: 3$. **ОТВЕТ:**____________

№20. При каких натуральных значениях n число $n^2 - 25$ делится на $13n + 11$? **ОТВЕТ:**____________

Для проверки:

1	**1430757**	**5**	**3**	**9**	$\frac{50}{3}$	**13**	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$	**17**	**223**
2	**7**	**6**	**62193**	**10**	**2**	**14**	**78 и 90**	**18**	$6\sqrt{2}, 2\sqrt{3}$
3	**8**	**7**	**32**	**11**	$\frac{4\sqrt{5}}{5}$	**15**	$24\sqrt{3}$	**19**	$\frac{180\sqrt{3}}{19}$
4	**6**	**8**	**-2,5**	**12**	**50**	**16**	**421**	**20**	**157**
ИТОГ									

ELMO_5, 17.01.2026

Фамилия, имя____

Класс____

I уровень (каждая задача по 2 балла)

№1. Найдите число натуральных значений из области определения функции $y = \sqrt{\frac{7-x}{x^2-4x+4}}$

ОТВЕТ:____

№2. Сколько простых чисел лежит на отрезке $[0; 25]$? **ОТВЕТ:**____________________________

№3. При делении пятизначного числа $\overline{45n8m}$ на 5 в остатке получается 3. Найдите произведение цифр n и m, если известно, что исходное число делится на 18. **ОТВЕТ:**__________________________

№4. Центр описанной окружности лежит на большем основании трапеции, равном 20. Найдите площадь этой трапеции, если меньшее основание составляет 60% от большего. **ОТВЕТ:**__________

II уровень (каждая задача по 3 балла)

№5. На стороне EF прямоугольника $ABEF$ выбрана точка C так, что $\angle ACF = \angle CBE$. Найдите площадь треугольника ABC, если известно, что $FC = 6, CE = 2$. **ОТВЕТ:**____________________________

№6. Найдите количество корней уравнения $\frac{1}{|x|} = |x^2 - |x| - 2|$. **ОТВЕТ:**____________________

№7. Найдите значение выражения $\sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}} \cdot \left(4 - 4\sqrt{2}\right)$. **ОТВЕТ:**__________________

№8. Медианы прямоугольного треугольника, проведённые к катетам, относятся как $\sqrt{2}:1$. Найдите тангенс меньшего угла этого треугольника. **ОТВЕТ:**__________________________________

III уровень (каждая задача по 4 балла)

№9. В коробке лежат красные, синие и белые карточки, всего 60 штук. Если все красные карточки заменить синими, то синих карточек станет в два раза больше, чем белых. А если все белые карточки заменить синими, то синих карточек станет в три раза больше, чем красных. Сколько синих карточек находится в коробке? **ОТВЕТ:**____

№10. Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ принадлежат окружности так, что прямая AD касается окружности, а сторона CD пересекает окружность в точке M и делится точкой M в отношении 3:1, считая от вершины D. Найдите сумму квадратов длин диагоналей параллелограмма, если длина стороны BC равна $2\sqrt{3}$. **ОТВЕТ:**____

№11. Найдите сумму $\alpha + \beta$ (в градусах), если углы α и β таковы, что $\alpha + \beta \in (0; \pi)$, а их тангенсы $tg\alpha, tg\beta$ являются корнями уравнения $x^2 + 5\sqrt{3}x - 4 = 0$. **ОТВЕТ:**____________

№12. Два насоса заполняют бассейн за 10 часов, причём второй насос начинает работать на 4 часа позже первого. Если бы бассейн заполнялся каждым насосом в отдельности, то первому насосу потребовалось бы на 3 часа меньше, чем второму. За сколько часов может заполнить бассейн второй насос, работая отдельно? **ОТВЕТ:**____

IV уровень (каждая задача по 6 баллов)

№13. В четырёхугольнике $ABCD$ диагональ BD является биссектрисой угла ABC и $AC = BC$. Найдите угол BAD, если известно, что $\angle ACB = 20°, \angle BDC = 80°$. **ОТВЕТ:**________________________________

№14. Два целых числа сложили, вычли из большего меньшее, перемножили, разделили большее на меньшее и полученные результаты сложили, получили число 243. Найдите первоначальные числа. **ОТВЕТ:**____

№15. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C, углом B, равным 30^0, и катетом $AC = 1$ проведена медиана CD. Кроме того, из точки D под углом 15^0 к гипотенузе проведена прямая, пересекающая отрезок BC в точке F. Найдите площадь треугольника CDF. **ОТВЕТ:**_______________

№16. Дан белый клетчатый квадрат 10×10. Какое наибольшее количество клеток в нём можно закрасить в чёрный цвет так, чтобы не нашлось 4 чёрных клеток, идущих подряд по вертикали или горизонтали? **ОТВЕТ:**____

V уровень (каждая задача по 10 баллов)

№17. Решите уравнение $(1 + x + x^2)^2 = \frac{10\sqrt{2}+1}{10\sqrt{2}-1} \cdot (1 + x^2 + x^4)$. **ОТВЕТ:**___________________

№18. Найдите количество четырёхзначных натуральных чисел, у которых в десятичной записи нет цифры 0 и сумма любых двух соседних цифр делится на 3. **ОТВЕТ:**______________________________

№19. Пусть a, b, c положительные числа такие, что верны равенства $a^2 + b^2 + ab = 169$,

$b^2 + c^2 + bc = 196$, $a^2 + c^2 + ac = 225$. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{3}}{4}(ab + bc + ac)$.

ОТВЕТ:____

№20. Внутри правильного треугольника имеется точка, удалённая от его вершин на расстояния 5, 6 и 7. Найдите площадь треугольника. **ОТВЕТ:**____

Для проверки:

1	**6**	5	**$8\sqrt{3}$**	9	**25**	13	**120**	17	**$5\sqrt{2} \mp 7$**
2	**9**	6	**6**	10	**56**	14	**8 и 24, 2 и 54**	18	**243**
3	**16**	7	**–4**	11	**120**	15	**$\frac{\sqrt{3}+1}{8}$**	19	**84**
4	**128**	8	**$\sqrt{\frac{2}{7}}$**	12	**18**	16	**76**	20	**$\frac{55\sqrt{3}+36\sqrt{6}}{2}$**
ИТОГ									