

**Е.О. КУЗНЕЧИК, К.А. БОРОВИКОВ**

Республика Беларусь, Витебск, Лицей ВГУ имени П.М. Машерова

**ФОРМИРОВАНИЕ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ  
У УЧАЩИХСЯ НА ПРИМЕРЕ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ЗАДАЧИ О ДВИЖЕНИИ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ**

**Введение.** Одной из важных задач, решаемых в современной педагогике, является проблема реализации межпредметных связей между различными учебными дисциплинами, изучаемыми в курсе средней школы, например, математикой, физикой и информатикой. При изучении каждой из этих дисциплин у учащихся может формироваться мнение, что изучение каждой из них не влияет на восприятие других. Поэтому решение комплексной физической задачи, включающей физическую и математическую подзадачи, а также, подзадачи, решаемые средствами информатики, позволяет сформировать представление у учащихся о возможностях современного научного подхода к решению научных задач. Поэтому в настоящей работе была поставлена цель – изучить механизм формирования метапредметных связей у учащихся на примере компьютерного моделирования физической задачи о движении тела, брошенного под углом к горизонту.

В качестве материалов для исследования использовалась учебно-методическая литература по компьютерному моделированию физических процессов [1]; программа MS Excel. Методы исследования: аналитические; компьютерного моделирования.

**Основная часть.** Задача о движении тела, брошенного под известным углом к горизонту с некоторой начальной скоростью без учета силы сопротивления воздуха, является хорошо известной задачей [2]. Однако в программе физики 9 класса рассматриваются и решаются задачи только на частные случаи такого движения – движение тел, брошенных вертикально вверх или горизонтально с некоторой высоты. Изучение движения тела при изменении различных начальных параметров практически вообще не проводится. Наблюдать такое движение возможно, например, при применении метода высокоскоростной съемки, который требует соответствующего оборудования, либо с использованием метода компьютерного моделирования, который будет рассмотрен в данной работе.

На первом этапе решения поставленной задачи нам понадобились знания из курса школьной физики. С их помощью мы могли воспользоваться известными формулами и решить задачу с физической точки зрения.

Хорошо известно, что, на основании принципа суперпозиции, движение тела вдоль горизонтальной оси  $OX$  – равномерное с постоянной проекцией скорости  $v_x = v_{x0} = const$

При этом абсцисса тела меняется по закону  $x = x_0 + v_{0x}t$ .

Движение вдоль вертикально вверх направленной оси  $OY$  – равноускоренное с проекцией скорости, меняющейся по закону  $v_y = v_{y0} + gt$  при отрицательном значении ускорения свободного падения. При этом ордината тела меняется по закону  $y = y_0 + v_{y0}t + \frac{gt^2}{2}$

Моделирование движения производилось при условии, что начало движения тела происходит из начала системы отсчета, т.е., начальные значения координат равны нулю. Начальные значения проекций вектора скорости на координатные оси рассчитывались, соответственно  $v_{x0} = v_0 \cos \alpha$  и  $v_{y0} = v_0 \sin \alpha$ , где  $\alpha$  – величина угла между направлением вектора скорости и положительным направлением оси  $OX$ .

На втором этапе работы мы применили математические знания для проведения необходимых преобразований, подсчетов и работы с формулами.

Выразив из уравнения для абсциссы тела время  $t$  и, подставив его в уравнение для ординаты, было получено уравнение траектории движения тела

$$y = y_0 + v_{y0} \frac{x}{v_{x0}} + \frac{g}{2} \left( \frac{x}{v_{x0}} \right)^2.$$

На третьем этапе работы были использованы знания из области информатики, с помощью которых было проведено компьютерное моделирование задачи.

В процессе компьютерного моделирования были построены графики траекторий движения тела в зависимости от угла бросания, начальной скорости и ускорения свободного падения для планет Земля, Луна и Марс.

При проведении компьютерного моделирования с использованием возможностей программы *MS Excel* вначале задавался временной интервал движения, который делился на 50 равных под интервалов, на каждом из которых вычислялось значение абсциссы тела, а затем, вычислялась его соответствующая ордината. Соответственно, были построены траектории движения тела.

На рисунке 1 представлены траектории движения тела при постоянном значении начальной скорости и ускорения свободного падения для Земли, но трех различных углах вылета. Как видно из рисунка, наибольшая дальность полета, наблюдается при угле  $\alpha=45^\circ$ . Чтобы вывести зависимость дальности полета от угла броска, нужно воспользоваться формулами из кинематики:

$$\begin{aligned} v_y &= v \sin \alpha, \\ v_x &= v \cos \alpha, \\ 0 &= v_y - gt \text{ (скорость тела на высоте } H_{max} = 0), \\ gt &= v_y, \\ gt &= v \sin \alpha, \\ t &= \frac{v \sin \alpha}{g} \text{ (время, за которое тело поднимется на высоту } H_{max}), \\ t_{\Pi} &= \frac{2v \sin \alpha}{g} \text{ (полное время полета тела до момента падения),} \\ L_{\Pi} &= v_x t = x \cos \alpha t_{\Pi} = \frac{v \cos \alpha 2v \sin \alpha}{g} = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}. \end{aligned}$$

Отсюда делаем вывод, что дальше всего пролетит тело при  $\sin 2\alpha = 1$ . Откуда получаем, что  $2\alpha=90^\circ$  и угол  $\alpha=45^\circ$ .

Для более строгого получения значения максимального пройденного пути воспользуемся нахождением экстремума функции.

Так как значения скорости и ускорения свободного падения  $v$  и  $g$  постоянны, и не равны нулю, то пройденный путь зависит только от угла бросания.

$$L = L(\alpha),$$

$$L(\alpha) = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Находя производную

$$L'(\alpha) = \left(\frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}\right)' = \frac{v^2}{g} (\sin 2\alpha)' = \frac{2v^2 \cos 2\alpha}{g},$$

и, приравнявая ее нулю,

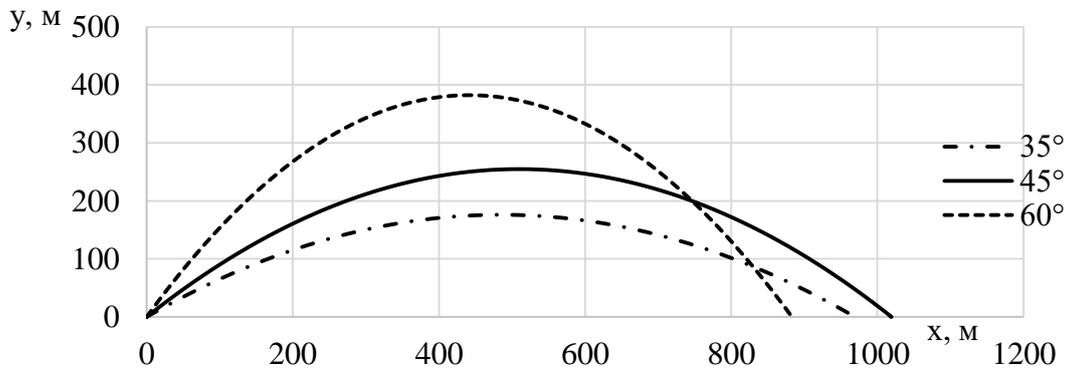
$$\frac{2v^2 \cos 2\alpha}{g} = 0,$$

находим значение угла бросания, при котором дальность полета максимальна

$$\cos 2\alpha = 0,$$

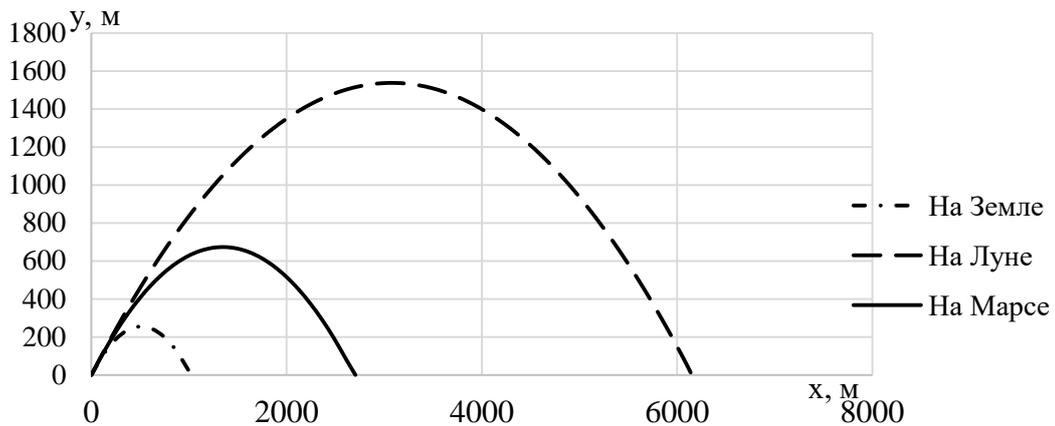
$$2\alpha = 90^\circ,$$

$$\alpha = 45^\circ.$$



**Рисунок 1. Вид траекторий движения в зависимости от угла бросания тела**

На рисунке 2 представлены траектории движения тела при постоянном значении начальной скорости, угла вылета, но различных для Земли, Луны и Марса значениях ускорения свободного падения. Из рисунка видно, что дальность полета тела больше на Луне. Т.е., дальность полета и высота траектории обратно пропорциональна ускорению свободного падения на планете.



**Рисунок 2. Вид траекторий движения тел в зависимости от ускорения свободного падения для разных планет**

На рисунке 3 представлены траектории движения тела при постоянном ускорении свободного падения и угле вылета, но при разных начальных скоростях. Из рисунка видим, что дальность полета тела прямо пропорциональна начальной скорости броска.



**Рисунок 3. Виды траекторий движения тела в зависимости от начальной скорости**

**Заключение.** В результате компьютерного моделирования движения тела, брошенного под углом к горизонту с использованием метапредметных навыков установлено, что максимальная дальность полета наблюдается при угле вылета  $45^\circ$ ; дальность полета и высота подъема тела прямо пропорциональны значению начальной скорости и обратно пропорциональны значению ускорения свободного падения на планете.

При выполнении настоящей работы мы получили знания, выработали умения и навыки проведения на начальном уровне компьютерного моделирования с использованием возможностей *MS Excel*.

В ходе работы мы проследили, насколько важным является формирование и использование метапредметных навыков у учащихся. Развитие межпредметных связей позволяет подходить к решению различных школьных задач с практической точки зрения. Использование метапредметных навыков позволило нам закрепить полученные знания в области физики, математики, информатики.

Список цитированных источников:

1. Богуславский, А.А. Лабораторный практикум по курсу «Моделирование физических процессов»: учеб.-метод. пособие для студентов физико-математического факультета / А.А. Богуславский, И.Ю. Щеглова. – Коломна: КГПИ, 2002 г. – 88 стр.
2. Боровиков, К.А. Компьютерное моделирование движения тела, брошенного под углом к горизонту / К.А. Боровиков, Е.О. Кузнечик // Эврика : материалы XIII Научно-практической конференции учащихся учреждений общего среднего образования Витебской области, Витебск, 12 ноября 2022 г. / Витеб. гос. ун-т ; редкол.: Е.Я. Аршанский (гл. ред.) [и др.]. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2022. – С. 232–234.