

Р.Ю. МОЛОТОК, Ю.Д. НОВИЧЁНОК

Научный руководитель – Н.В. Щеглова
Республика Беларусь, Витебск, Лицей ВГУ имени П.М. Машерова

КООРДИНАТНЫЙ МЕТОД КАК СПОСОБ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДЛЯ УСПЕШНОЙ ПОДГОТОВКИ К ОЛИМПИАДЕ

До поступления в Лицей ВГУ имени П.М. Машерова мы посещали курсы по подготовке к вступительным экзаменам. На одном из занятий была предложена геометрическая задача, решение которой было перенесено на координатную плоскость и оказалось простым и понятным.

Текст задачи был следующим:

боковые стороны трапеции ABCD равны, $AD=10$ и $BC=24$, при этом прямые AD и BC взаимно перпендикулярны. Найдите расстояние между серединами оснований AB и DC.

Нас заинтересовал указанный метод. Изучив литературу по решению задач координатным методом, мы пришли к выводу, что практически любая геометрическая задача может быть перенесена на координатную плоскость.

Цель работы: показать возможности координатного метода как способа преобразования геометрических задач в алгебраические для успешной подготовки к олимпиаде.

Задачи:

- 1) охарактеризовать актуальность применения координатного метода при решении геометрических задач;
- 2) рассмотреть применение данного метода при решении олимпиадных задачных;
- 3) сформулировать условия отбора геометрических задач, для которых применим координатный метод.

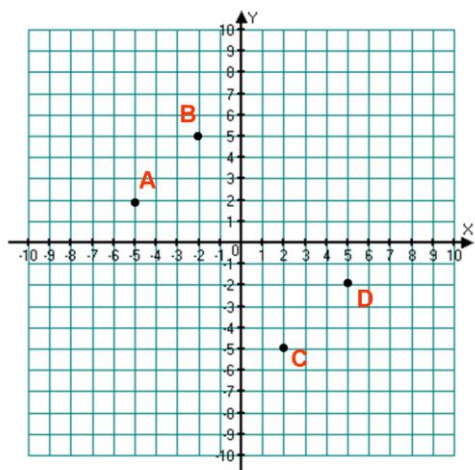
Для достижения поставленных задач мы проанализировали тексты олимпиад с 1994 по 2024 года на II, III, IV этапах республиканской олимпиады по учебному предмету «Математика», условия задач иных олимпиад математической направленности. Всего нам удалось найти 173 геометрические задачи, к решению которых можно применить координатный метод. Среди авторских решений 24 были решены именно так, к 6 задачам координатный метод был применен как альтернативный метод, остальные 143 задачи решены чисто геометрическими способами. Все найденные задачи мы разбили на группы.

Основная часть. Для успешного применения координатного метода необходимо овладеть умением решать базовые задачи. Мы выделили пять видов базовых задач:

- 1) отмечать, точку по заданным координатам;
- 2) находить координаты заданных точек;
- 3) вычислять расстояние между точками, заданными координатами;
- 4) по координатам точек записывать уравнения прямых и определять их взаимное расположение;
- 5) совмещать начало отсчета с точкой фигуры оптимальным образом.

Умение качественно решать задачи предложенных видов позволит перенести геометрическую задачу на координатную плоскость, тем самым переходить из разряда геометрической задачи в алгебраическую.

Нами был составлен входной тест для учащихся Лицея ВГУ имени П.М. Машерова, который помог определить уровень овладения начальными знаниями по решению базовых задач.



Условия задач:

1. Определите координаты точек A, C .
2. Постройте на координатной плоскости точки $N(-8; 7), M(0; 9)$.
3. Запишите уравнение прямой MN .
4. Укажите взаимное расположение прямых $y = 3 - 2x$ и $y = 0,5x + 11$.
5. Если в задаче дан прямоугольный треугольник, то при использовании координатного метода с какой точкой треугольника нужно совмещать начало отсчета?

В ходе проведения данного теста были проверены следующие навыки учащихся:

- 1) умение отмечать точки по заданным координатам;
- 2) умение находить координаты точек;
- 3) умение вычислять расстояние между точками с заданными координатами;
- 4) умение записывать уравнения прямых по координатам точек и определять их взаимное расположение;
- 5) умение совмещать начало отсчета с точкой фигуры оптимальным образом.

Всего в решении задач вводного теста приняли участие 89 человек (20 – из 10 «Б», 24 – из 10 «М», 22 – 11 «Б», 23 – 11 «М»). Основная задача, которая стояла перед нами: проанализировать полученные результаты и убедиться в том, что владение базовыми знаниями присутствует практически у каждого.

Полученные результаты отражены в таблицах:

Таблица 1 – Справились успешно

Класс	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5
10 «Б»	20	19	12	18	20
10 «М»	24	24	18	24	24
11 «Б»	21	21	14	21	22
11 «М»	23	23	20	23	23

Таблица 2 – Справились частично

Класс	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5
10 «Б»	0	1	5	0	0
10 «М»	0	0	6	0	0
11 «Б»	1	0	6	0	0
11 «М»	0	0	3	0	0

Таблица 3 – Не справились с решением задачи

Класс	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5
10 «Б»	0	0	3	2	0
10 «М»	0	0	0	0	0
11 «Б»	0	0	2	1	0
11 «М»	0	0	0	0	0

Результаты показали, что базовые задачи практически все учащиеся решают безошибочно.

Мы рассмотрели с учащимися по одной задаче из предложенных ниже решая их геометрическим методом и альтернативным координатным методом. Сравнение решений по-

волило учащимся осознать актуальность координатного метода для решения ряда геометрических задач.

1) Задачи на вычисление:

Боковые стороны трапеции ABCD равны, $AD=10$ и $BC=24$, при этом прямые AD и BC взаимно перпендикулярны. Найдите расстояние между серединами оснований AB и DC. (Олимпиада «Абитуриент лицея БГУ 2000»).

2) Задачи на доказательство параллельности прямых:

В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C=90^\circ$) высота CH пересекает биссектрисы AM и BN в точках P и Q соответственно. Докажите, что прямая, проходящая через середины отрезков QN и PM, параллельна гипотенузе. (Белорусская республиканская математическая олимпиада школьников, 2003 г., первый день, VIII класс).

3) Задачи на нахождение угла между прямыми:

Найдите угол при вершине C остроугольного треугольника ABC, если известно, что отрезок HM, соединяющий основания высот AH и BM, пересекает биссектрису угла при вершине C в её середине. (Олимпиада лицея БГУ, 1997 г., X класс).

4) Задачи на доказательство равенства длин отрезков:

В ромбе ABCD угол при вершине A равен 60° . На сторонах AD, DC и диагонали AC отмечены точки F, H и G соответственно, так, что четырёхугольник DFGH является параллелограммом. Докажите, что треугольник FBH равносторонний. (51-я Белорусская республиканская олимпиада школьников, 2001 г., VIII класс).

5) Задачи на доказательство параллельности прямых:

В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C=90^\circ$) высота CH пересекает биссектрисы AM и BN в точках P и Q соответственно. Докажите, что прямая, проходящая через середины отрезков QN и PM, параллельна гипотенузе. (Белорусская республиканская математическая олимпиада школьников, 2003г., первый день, VIII класс).

Следующий этап состоял в том, чтобы учащиеся Лицея ВГУ имени П.М. Машерова самостоятельно решили пять иных задач, предложенных нами, геометрическим способом и координатным методом, если это возможно.

Далее мы провели опрос, в ходе которого учащиеся выбирали тот метод, который оказался, на их взгляд, более рациональным и простым. Количество учащихся опроса совпадало с количеством учащихся, прошедших вводный тест.

Таблица 4 – Результаты опроса

Класс	Геометрический метод	Координатный метод	Оба сложны	Одинаково просты оба способа
10 «Б»	2	14	2	2
10 «М»	4	18	0	2
11 «Б»	6	10	5	1
11 «М»	1	19	0	3

Также работа над указанной темой позволила нам рассмотреть очень интересную историю, благодаря которой Декарт создал систему координат:

Сейчас, занимая свои места в кинозале перед просмотром фильма или в театре перед спектаклем, мы даже не задумываемся о том, кто и когда придумал такую простую и удобную систему нумерации кресел по рядам и местам. Оказывается, эта идея осенила Декарта при посещении парижских театров. В то время была постоянная путаница и конфликты между зрителями по поводу того, какие места кому занимать. Простая система, предложенная математиком, в которой каждое кресло получало свою координату: ряд, место произвела настоящий фурор. Научное описание прямоугольной системы координат Рене Декарт впервые сделал в своём знаменитом труде «Рассуждение о методе» в 1637 году.

Учащиеся заметили, что для решения даже самой сложной олимпиадной задачи, решаемой координатным методом, достаточно знания всего пяти формул.

1. Если $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, то $AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ - : расстояние между точками A, B ;
2. Если $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, то $C(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_1+y_2}{2})$ – середина отрезка AB ;
3. Если $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, то $\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$, уравнение прямой, проходящей через точки;
4. Если $k_1=k_2$ то прямые $y = k_1x + b_1$, $y = k_2x + b_2$ параллельны;
5. Если $k_1 \cdot k_2 = -1$, то прямые $y = k_1x + b_1$, $y = k_2x + b_2$ перпендикулярны.

Закключение. Координатный метод стал неотъемлемой частью нашей повседневной жизни и активно применяется в разных областях знаний.

В школьном курсе мы находим следы открытий Рене Декарта на каждом предмете.

В химии координатный подход появляется в периодической системе элементов Д.И. Менделеева, которая упорядочивает элементы и прогнозирует их свойства. Благодаря этому методу, Менделеев создал структуру, которая остается основой химической науки.

В биологии координатный метод помогает визуализировать сложные молекулы, такие как ДНК. Это важно для понимания их структуры и функционирования, что особенно актуально в генной инженерии.

Астрономия использует координатную сетку, совмещая её с небесным сводом. Это позволяет учёным отслеживать движения звёзд и планет, что необходимо для навигации в космосе и создания карт неба.

История, на первый взгляд, может показаться далёкой от координатного метода, однако она также использует временные линии для представления событий. Это помогает анализировать их взаимосвязи и причины.

Даже в психологии данный метод находит применение. Квадрат Декарта используется для анализа сложных ситуаций, улучшая понимание собственных эмоций и действий.

Таким образом, координатный метод является универсальным инструментом, который применяется в самых разных дисциплинах, подтверждая значимость идей Рене Декарта в современном мире.