

ПАРАДОКС ДНЕЙ РОЖДЕНИЯ

Юрченко М.С.

ГУО «Лицей ВГУ имени П.М. Машерова»

Руководитель: Щеглова Н.В., учитель математики

Введение. Еще учась в седьмом классе, я заметила и заинтересовалась тем, что даты рождения моих друзей и одноклассников несмотря на то, что в году 365 или 366 дней, часто совпадают. Оказалось, что еще в 1939 году Рихардом Мизесом была рассмотрена задача, которая впоследствии была названа парадоксом дней рождения. Это одна из элементарных задач теории вероятностей, но ее результат вызывает удивление. Сформулируем эту необычную задачу.

Какова вероятность, что среди 25 человек найдутся двое, у которых день рождения приходится на один и тот же день?

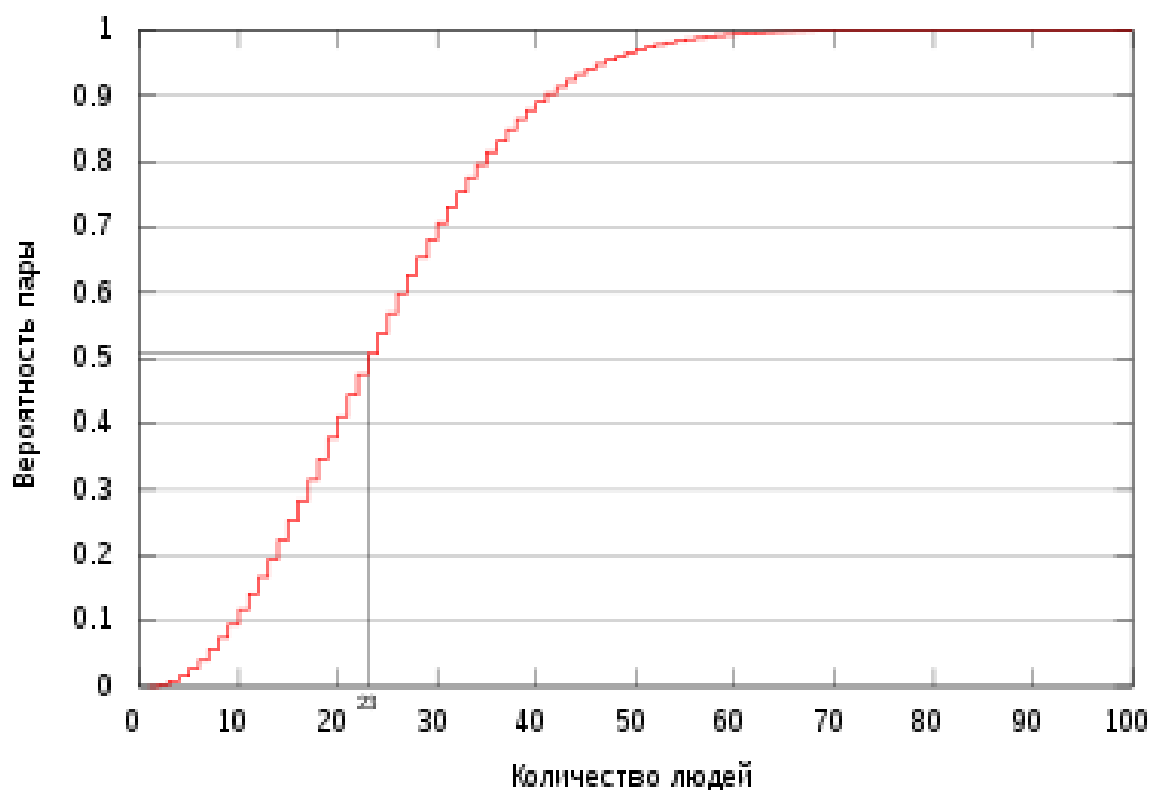
Интуитивно кажется, что вероятность такого совпадения незначительна. Но решение этой задачи доказывает обратное.

Сначала вычислим вероятность того, что все люди из указанной группы родились в разные дни. Начнем упорядочивать этих людей по следующему принципу: день рождения первого человека приходится на один из 365 дней, второго – на один из 364 оставшихся, третьего – на один из 363 оставшихся и так далее. Тогда нужная нам вероятность $p = \frac{365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot \dots \cdot 341}{365^{25}} \approx 0,4313$.

Отвечаем на первоначальный вопрос задачи: $1 - 0,4313 = 0,5687$ или приблизительно 57%. Делаем вывод о том, что вероятность того, что у двух людей из 25 совпадет дата рождения, больше 0,5.

Было доказано, что в действительности эта вероятность будет превышать 0,5 уже для 23 человек.

Откуда берется такая высокая вероятность? Всё очень просто. Когда мы рассматривает группу из 23 человек, то ищем вероятность совпадений у любых двух человек. То есть данная вероятность определяется количеством пар людей, которые можно составить из 23 человек. В парах порядок людей не имеет значения, поэтому общее число пар равно 253 ($\frac{23 \cdot 22}{2} = 253$). Вот и получаем, что на 365 дней приходится 253 пары.



А ведь когда формулируют этот парадокс, и ведут речь именно о каких-либо двух членах этой группы. Одно из самых распространённых заблуждений и состоит в том, что часто это условие представляют случаем, когда из группы выбирают одного участника и оценивают вероятность совпадения дня рождения только этого, выбранного человека, с другими участниками группы. Очевидно, что в этом случае вероятность будет значительно ниже и составит лишь 6,3%. Этот результат можно получить, если учесть, что на совпадение с одним днём приходится $\frac{1}{365}$, а количество человек 23. Проведя эти вычисления, можем утверждать, что сама формулировка не приводит к парадоксу в строгом научном смысле, так как не имеет логического противоречия.

Материал и методы. В работе использовались анализ научной литературы и интернет-источников, а также нами были проанализированы даты рождения всех учащихся Лицея ВГУ имени П.М. Машерова.

Результаты и их обсуждение. Ряд дополнительных вычислений позволил нам убедиться в том, что для 63 человек эта вероятность равна 0,99, что близко к 1. Но в литературе предложены более точные и сложные вычисления, которые позволили получить 99% уже для 57 человек.

Очевидно, что для получения 100% необходимо воспользоваться принципом Дирихле, согласно которому в группе из 367 человек при условии високосного года или из 366 (если год не является високосным) обязательно найдутся два человека, у которых совпадёт дата рождения.

Чтобы проверить на практике парадокс дней рождения мы проанализировали даты рождения лицеистов по профилям и по общему количеству.

Порядковый номер месяца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Количество учащихся	2	3	5	4	7	6	14	7	5	7	7	5

Видим, что по месяцам достаточно равномерное распределение, за исключением июля, где количество превышает в два и более раз остальные месяцы.

По датам наибольшее число приходится на восьмое – 6 человек, по 4 человека на первое, пятое, девятое, пятнадцатое, шестнадцатое, двадцать пятое числа. Если смотреть на совпадения дат рождения среди всех лицеистов, то их оказалось 10. Общие даты были такими: 25 апреля, 10 мая, 15 мая, 5 июля, 21 июля,

26 июля, 31 июля, 8 августа, 16 августа, 19 ноября, 5 декабря.

Если рассматривать совпадения дат рождения по профилям, то в 10 «Г» и в 10 «М» классах, где обучаются по 24 человека, в полной мере выполняется парадокс дней рождения. И в одном, и в другом классе нашлось совпадение по дате рождения.

Мы провели некоторые обобщения по изучаемому парадоксу. Оказалось, что если рассматривать разницу в один день между днями рождения, то для получения вероятности от 0,5 достаточно рассмотреть группу из 23 человек. Для правильности этих расчетов достаточно использовать принцип включения-исключения.

Если же рассматривать разницу в три дня, то достаточное количество человек в одной группе составит 14, а вот с разницей в неделю достаточно и 7 человек.
Заключение. Парадокс дней рождения позволил нам по-иному взглянуть на вычисление вероятности. В дальнейшем мы планируем продолжить работу по названной теме, выполнить ряд обобщений, исходя из большей выборки участников. А также получить формулу для вычисления вероятности согласно четным и нечетным числам календаря.