

ЗАНЯТИЕ №1

№1. Найдите произведение корней (или корень, если он один) уравнения $x^2 - 4x - \sqrt{4 + x^2 - 4x} - 16 = 0$.

№2. Основанием прямого параллелепипеда является ромб с углом 120° и большей диагональю 18. Боковая поверхность призмы равна 144. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через точку, принадлежащую стороне основания, и делящей ее в отношении $1 : 5$, считая от вершины острого угла, и перпендикулярную плоскости большего диагонального сечения призмы.

№3. Известно, что наибольшее значение квадратичной функции равно 8, а нули функции равны -3 и 1 . Найдите сумму абсцисс точек пересечения графика данной функции с прямой $y = -10x + 1$.

№4. Через сторону основания и точку, принадлежащую высоте правильной четырехугольной пирамиды и делящей ее в отношении $2 : 1$, считая от вершины пирамиды, проведено сечение пирамиды плоскостью. Найдите площадь сечения S , если высота пирамиды равна $\sqrt{7}$, а площадь диагонального сечения равна $3\sqrt{14}$. В ответ запишите $\sqrt{22} \cdot S$.

№5. Найдите значение выражения $2\sqrt{2} \sin 585^\circ - \operatorname{tg} \frac{11\pi}{4} - 2\sqrt{3} \cos 330^\circ$.

№6. Функция $f(x)$ является нечетной, $f(-1) = 3, f(3) = -1$. Найдите значение выражения $2f(3) - 5f(1) - f(-3) + f(-1)$.

№7. Площадь основания правильной четырехугольной призмы равна 13, а длина диагонали призмы равна $3\sqrt{10}$. Тогда высота призмы равна...

№8. Найдите увеличенное в 9 раз произведение корней уравнения

$$\left(\frac{2x-1}{x-3}\right)^2 - \frac{2x^2+3x-2}{x^2-2x-3} - 2 \cdot \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^2 = 0.$$

№9. Из вершины A прямоугольника $ABCD$ со сторонами $\sqrt{10}$ и $2\sqrt{2}$ проведен перпендикуляр AK длиной 1 к плоскости прямоугольника. Найдите расстояние от точки K до диагонали BD .

№10. Задумано натуральное двузначное число. Если разделить его на сумму цифр этого числа, то в частном получится 7, а в остатке 6. Если вычесть из данного числа число, полученное перестановкой цифр исходного числа, то разность будет равна 36. Найдите задуманное число.

№11. Найдите сумму корней (или корень, если он один) уравнения

$$\frac{|x^2 - 7x + 6|}{x - 6} = x^2 - 14x + 49.$$

№12. В правильной треугольной пирамиде $DABC$ с высотой $5\sqrt{6}$ и стороной основания $5\sqrt{2}$ через точку P , принадлежащую ребру AC так, что $AP:PC=5:3$, проведено сечение пирамиды плоскостью, перпендикулярной ребру AC . Найдите площадь сечения S . В ответ запишите $\frac{32}{3}S$.

№13. Найдите сумму корней уравнения $(2x-1)(15+2x-x^2)=x^2-25$.

№14. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – правильная призма с ребром основания 4 и боковым ребром $4\sqrt{3}$. Найдите косинус угла между прямыми B_1O и C_1D , где O – центр нижнего основания призмы.

№15. Высота правильной треугольной пирамиды равна 9, а боковая грань наклонена к основанию под углом 60° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№16. $ABC A_1 B_1 C_1$ – наклонная призма, причем пирамида $BA A_1 C_1 C$ является правильной пирамидой, диагональное сечение которой – правильный треугольник площадью $3\sqrt{3}$. Найдите объем призмы $ABC A_1 B_1 C_1$.

№17. Найдите среднее арифметическое корней уравнения

$$(\sqrt{3x+4}-2)(x+2)=3x.$$

№18. Найдите произведение различных корней уравнения $\left| \frac{x^2-3x+2}{x^2-16} \right| = \left| \frac{3x-6}{16-x^2} \right|$.

№19. Некоторое двузначное число при делении на сумму своих цифр дает в частном 7. Если вычесть из этого числа число, полученное из данного перестановкой цифр, получится 18. Найдите данное число.

№20. Из Гродно в Минск, расстояние между которыми по шоссе равно 360 км, выехал с постоянной скоростью мотоцикл, а вслед за ним через 40 минут с постоянной скоростью выехал автомобиль. Автомобиль догнал мотоцикл в пути на расстоянии 160 км от Гродно, а время, затраченное на весь путь от Гродно до Минска автомобилем, на 25% меньше времени, затраченного на этот путь мотоциклом. Сколько минут затратил на весь путь автомобиль?

ЗАНЯТИЕ №2

№1. При каком значении x числа $6x-4, 2x+4, 2x+16$ будут последовательными членами арифметической прогрессии?

№2. Площадь прямоугольной трапеции равна 72, меньшее основание – 6. Найдите высоту данной трапеции, если в нее можно вписать окружность.

№3. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6, а ее высота – 4. Найдите величину двугранного угла (в градусах) между плоскостью основания пирамиды и плоскостью сечения, проходящего через одну из сторон основания и середину противоположного бокового ребра.

№4. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами $AC=6, CB=10$. Сечение, проходящее через катет AC и среднюю линию другого основания, наклонено к основанию призмы под углом 60° . Найдите площадь сечения.

№5. Из пункта A в пункт B выехал автобус со скоростью 50 км/ч. Через 25 минут вслед за ним выехал грузовик, скорость которого на 20% больше скорости автобуса. Найдите время (в минутах), через которое грузовик догонит автобус.

№6. В пирамиде на расстоянии 16 см от вершины проведена плоскость, параллельная основанию пирамиды. Найдите высоту пирамиды, если площади основания и сечения соответственно равны 25 и 16.

№7. В школьную столовую привезли 1 тонну огурцов, влажность которых 99%. Огурцы случайно оказались на солнце и их влажность снизилась до 98%. Какова сейчас масса огурцов (в кг)?

№8. Двое рабочих за смену вместе изготовили 72 детали. После того как первый рабочий повысил производительность труда на 15%, а второй – на 25%, вместе за смену они стали изготавливать 86 деталей. Сколько деталей изготавливает первый рабочий за смену после повышения производительности труда?

№9. Пешеход и велосипедист отправились одновременно из пункта A в пункт B . В пункте B велосипедист повернул обратно и встретил пешехода через 20 минут после начала движения. Не останавливаясь, велосипедист доехал до пункта A , снова развернулся и догнал пешехода через 10 минут после первой встречи. Запишите в ответе число, выражающее время (в часах), за которое пешеход пройдет путь от пункта A до пункта B .

№10. В правильной четырехугольной пирамиде плоский угол при вершине равен углу между боковым ребром и ребром основания. Определите двугранный угол φ при боковом ребре пирамиды. В ответе укажите значение выражения $3 \cos \varphi$.

№11. Найдите частное от деления наименьшего общего кратного на наибольший общий делитель чисел 112 и 80.

№12. Стороны основания треугольной пирамиды равны 5, 5 и 6. Высота пирамиды равна большей высоте основания. Найдите объем пирамиды. В ответ запишите $5 \cdot V$.

№13. Сумма трёх чисел, составляющих возрастающую геометрическую прогрессию, равна 70, а если из них вычесть соответственно 2, 8 и 24, то вновь полученные числа составят арифметическую прогрессию. Найдите сумму первых двенадцати членов исходной геометрической прогрессии.

№14. В классе каждый ученик изучает хотя бы один иностранный язык. 20 человек изучают английский, 17 человек – немецкий, 6 человек – французский. Все три языка изучают 3 человека, английский и немецкий – 7 человек, английский и французский – 2 человека, французский и немецкий – 1 человек. Сколько человек в классе?

№15. В ящике лежат носки, из которых $\frac{1}{3}$ составляют носки белого цвета, а 5 носков – черного цвета. Сколько носков находится в этой коробке, если 50% из них не белые и не черные?

№16. Основание пирамиды – квадрат со стороной 9, а две смежные боковые грани перпендикулярны плоскости основания. Вычислите площадь боковой поверхности пирамиды, если среднее по длине боковое ребро пирамиды равно 15.

№17. Число 59 разделили на некоторое натуральное число и получили, что неполное частное на 6 меньше делителя, а остаток на 7 меньше делителя. Найдите делитель.

№18. Найдите расстояние от вершины нижнего основания куба со стороной $\sqrt{\frac{2}{3}}$ до середины верхнего основания.

№19. Велосипедист проехал 24 км со скоростью 8 км/ч, а оставшиеся 18 км – со скоростью 9 км/ч. Чему равна средняя скорость велосипедиста в этой поездке?

№20. Если величины a, b относятся как 5:3 и отношение b, c равно 6:2, то чему равно отношение a, c ?

ЗАНЯТИЕ №3

№1. Найдите произведение корней уравнения $f(x) \cdot f(-x) = 10$, если

$$f(x) = 2 \cdot 2^{-x} + 2^x.$$

- 1) $3/4$; 2) $2/5$; 3) $3/2$; 4) $-1/4$; 5) $0,5$.

№2. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если длина медианы прямого угла равна 4 и эта медиана делит прямой угол в отношении 1 : 2.

- 1) $16\sqrt{3}$; 2) 8; 3) $8\sqrt{3}$; 4) 4; 5) 16.

№3. Найдите значение выражения $\frac{1}{\cos 255^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\sin 105^\circ}$

- 1) $4\sqrt{2}$; 2) $-4\sqrt{2}$; 3) -4; 4) $-\frac{2\sqrt{6}}{3}$; 5) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

№4. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения $(x-1)\sqrt{2x^2-x-6} = (1-x)(2-x)$.

№5. Основание пирамиды $SABC$ – правильный треугольник со стороной $2\sqrt{3}$. Боковое ребро SB перпендикулярно плоскости основания, а грань ACS наклонена к плоскости основания под углом 60° . Найдите объём пирамиды.

№6. Из сосуда, содержащего 48%-й раствор кислоты, отлили 1 кг раствора и долили обратно в сосуд 1 кг воды, затем, перемешав, отлили ещё 1 кг раствора и долили 1 кг воды. В результате в сосуде получился 27%-й раствор кислоты. Сколько килограммов раствора было в сосуде первоначально?

№7. Найдите целый корень уравнения $\lg^2 100x + \frac{2}{\log_x 10} = 20$.

№8. Длина колонны 5 км. Связной, выехав из конца колонны, достиг её начала, передал пакет и вернулся. За это время колонна прошла 12 км. Найдите путь, пройденный связным (км).

№9. Найдите сумму корней уравнения $2^{-2x^2+1} - 12 \cdot 2^{-x^2} + 5 = 0$.

№10. Решите уравнение $0,2^{x+1} = \sqrt{35+5x}$. В ответ запишите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

№11. Боковые ребра треугольной пирамиды попарно перпендикулярны и равны 7, 8, 12. Найдите объём пирамиды.

№12. Найдите наибольшее отрицательное решение (в градусах) уравнения $\sin 5x + \cos 8x = 2$.

№13. Шар вписан в усеченный конус, у которого длина образующей равна 12, а радиус меньшего основания равен 8. Найдите отношение площади большего основания конуса к площади меньшего основания.

№14. Найдите корень (или сумму корней) уравнения

$$\log_{\left|\sin \frac{\pi x}{4}\right|}\left(9^x-3^{x+3}+30\right)=\log_{\left|\sin \frac{\pi x}{4}\right|}\left(3^x+3\right).$$

№15. Вычислите $\frac{2^{-3}+\left(\frac{-1}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}}{15\cdot 5^0-0,1^{-1}}$

- 1) 0,5; 2) 1/8; 3) 0,25; 4) 0,75; 5) 3/2.

№16. Угол при вершине осевого сечения конуса равен 60° , а образующая конуса равна 40. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

- 1) 200π ; 2) 600π ; 3) 400π ; 4) 800π ; 5) 100π .

№17. Найдите количество целых решений неравенства $2x^2+1\leq x(x-2)$.

№18. Вычислите $\left(7-8\frac{4}{5}\right)\cdot 2\frac{7}{9}-\frac{15}{\frac{1}{4}-0,75}$.

№19. Вычислите $8^{\log_8 2}+\log_3 27-\log_4 1$.

№20. Найдите наименьшее целое решение неравенства $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}}>3^{-x}$.

№21. В равнобедренном треугольнике длина основания равна $4\sqrt{3}$, а угол при вершине 120° . Найдите длину проекции высоты на боковую сторону.

№22. Найдите меньший корень уравнения $2^{x^2-1}-3^{x^2}=3^{x^2-1}-2^{x^2+2}$.

- 1) 2; 2) -1; 3) 4; 4) $-\sqrt{3}$; 5) 5.

№23. Найдите область определения функции $y=\sqrt{4^{3x-1}-\frac{1}{4}}$

- 1) $\left[\frac{2}{3};+\infty\right)$; 2) $[-1;+\infty)$; 3) $[0;+\infty)$; 4) $[-1;+\infty)$; 5) $[2;+\infty)$.

№24. Длина ребра основания правильной треугольной призмы равна 2. Если в эту призму можно вписать шар, то чему равен ее объем?

№25. На сколько процентов следует увеличить радиус круга, чтобы площадь круга стала больше на 96%?

№26. Найдите наибольшее решение (в градусах) уравнения

$$\sin x+\cos x=1+\frac{1}{2}\sin 2 x \text { на промежутке } \left(0^\circ ; 360^\circ\right).$$

№27. Найдите сумму корней уравнения $3^{2(x+1)^2+1}-87\cdot 3^{x^2+2x}+18=0$.

№28. Найдите сумму корней уравнения

$$\log _2\left(x^2-4 x+3\right)-\log _2(x-1) \log _2(x-3)=1.$$

№29. В равнобедренный треугольник PMK с основанием MK вписана окружность радиусом $2\sqrt{3}$. Высота PH делится точкой пересечения с окружностью в отношении 1:2, считая от вершины P . Найдите периметр треугольника PMK .

№30. Найдите сумму наибольшего целого отрицательного и наименьшего целого положительного решений неравенства $(x-3)\sqrt{x^2+4} \leq x^2-9$.

Ответы:

1	4	11	112	21	1
2	3	12	-270	22	4
3	2	13	4	23	3
4	2	14	3	24	2
5	9	15	2	25	40
6	4	16	4	26	90
7	100	17	1	27	-2
8	18	18	25	28	5
9	0	19	5	29	36
10	-2	20	3	30	2

ЗАНЯТИЕ №4

№1. В прямоугольном треугольнике высота, опущенная из вершины прямого угла, делит гипотенузу на отрезки длиной 9 и 16. Радиус вписанной в треугольник окружности равен...

№2. Укажите наибольшее целое число k , при котором дробь $\frac{6k^2-5k+9}{3k-1}$ является также целым числом 3.

№3. Укажите в градусах значение угла $\arcsin(\cos(-315^\circ))$.

№4. Найдите сумму целых решений неравенства $(\sin \frac{\pi}{6})^{\sqrt{5-x}} \geq 16^{-\sqrt{2x+1}}$.

№5. Найдите произведение корней (или корень, если он единственный) уравнения $\log_3(5+\sqrt{x}) = \log_4 x$.

№6. Найдите сумму всех нечетных чисел k , каждое из которых делится без остатка на 17 и удовлетворяет условию $-221 \leq k < 324$.

№7. Найдите сумму корней уравнения $\sqrt{3x^2-1} + \sqrt{x^2-x+1} = \sqrt{3x^2+2x+1} + \sqrt{x^2+2x+4}$.

№8. Объём вписанного в правильный тетраэдр шара равен $0,5\pi\sqrt{3}$. Чему равен объём этого тетраэдра.

№9. Через ребро основания правильной четырёхугольной пирамиды проведена плоскость, которая отсекает от противоположной грани треугольник площадью 9. Найдите площадь боковой поверхности всей пирамиды, если известно, что площадь боковой поверхности отсечённой пирамиды равна 81.

№10. Найдите объём правильной треугольной пирамиды, высота которой $6\sqrt{3}$, а сторона основания 4.

№11. Найдите x из пропорции: $\frac{12\frac{5}{7} + 25\frac{24}{35}}{x} = \frac{192}{0,9:10,8}$.

1) $1/14$; 2) $1/40$; 3) $1/60$; 4) $2/27$; 5) $3/14$.

№12. Упростите выражение $(3-2\sqrt{3})\sqrt{21+12\sqrt{3}}$.

№13. Вычислите $\sqrt[3]{122,3^3 - 15 \cdot 122,3 \cdot 117,3 - 117,3^3}$.

№14. Найдите больший корень уравнения $\frac{14x^2}{6-x^2} + \frac{11}{x-4} = \frac{49}{x+4}$.

№15. Вычислите $9^{\frac{\log_3 28 - \log_3 \log_3 81}{\log_4 14 - \log_{25} 5}}$.

№16. Найдите $x^3 - y^3$, если $x - y = 2$, $xy = 16$.

№17. Вычислите $f(x) + f(-x)$, если $f(x) = 2^x - 4^{x+1}$, $2^x + 2^{-x} = 5$.

№18. Найдите сумму корней уравнения $2 + \log_4^2 x + \log_4 x = \log_{4x} 16x^2$.

№19. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если длина медианы прямого угла равна 4, и эта медиана делит прямой угол в отношении 1:2.

1) $16\sqrt{3}$; 2) $12\sqrt{3}$; 3) $8\sqrt{3}$; 4) $16\sqrt{3}+2$; 5) $6\sqrt{3}$.

№20. Найдите сумму целых решений неравенства $\frac{\sqrt{2-x-x^2}}{x-4} \geq \frac{\sqrt{2-x-x^2}}{2x+11}$.

№21. В равнобедренной трапеции с основаниями AD, BC диагонали взаимно перпендикулярны и O – точка их пересечения. Если площадь треугольника BOC равна 5, а площадь треугольника COD равна 10, то квадрат диагонали трапеции равен...

№22. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной усеченной пирамиды, стороны оснований которой равны 14 и 4, а угол между боковой гранью и основанием равен 30° .

№23. Найдите сумму (в градусах) корней уравнения

$$\operatorname{ctgx} - \operatorname{tg} x = \frac{16}{\pi} \arctg\left(\operatorname{tg} \frac{7\pi}{8}\right), \text{ лежащих на отрезке } [0^\circ; 180^\circ].$$

№24. Найдите сумму целых решений неравенства $\frac{\log_3(8-x)}{4-x} \leq 0$.

№25. Найдите значение выражения $\arcsin(\sin 490^\circ)$.

№26. Найдите число иррациональных корней уравнения

$$\log_3(3^x - 1) \log_3(3^{x+1} - 3) = 6.$$

№27. В основании пирамиды лежит равносторонний треугольник со стороной 18. Одна из боковых граней представляет такой же треугольник, при этом она перпендикулярна плоскости основания. Найдите квадрат радиуса описанного около пирамиды шара.

№28. Объём правильной треугольной призмы равен 12, а периметр основания равен 8. Найдите высоту призмы.

1) 3,2; 2) 1,5; 3) 2,5; 4) 1,8; 5) 2,4.

№29. Вычислите $\left(0,8 - \frac{6}{19} \cdot (4,22 - 28,07 : 3,5)\right)^2 + 186 \cdot 0,25$.

1) 48; 2) 50,5; 3) 46,16; 4) 46,4; 5) 51,2.

№30. В геометрической прогрессии 10 членов, их сумма равна 3069, а сумма членов с чётными номерами в 2 раза больше суммы членов с нечётными номерами. Найдите седьмой член этой прогрессии.

Ответы:

1	5	11	3	21	90
2	3	12	-3	22	90
3	45	13	5	23	225
4	15	14	3	24	18
5	16	15	16	25	50
6	867	16	104	26	2
7	-1	17	-87	27	135
8	9	18	1	28	2
9	144	19	3	29	2
10	24	20	-1	30	192

ЗАНЯТИЕ №5

Основными методами решения показательных уравнений являются: метод логарифмирования (будет рассмотрен на следующих занятиях), введение новых переменных, группировка и разложение на множители, функциональный, оценочный и графический методы.

№1 (A8). Даны числа: 150; 0,015; $15 \cdot 10^5$; $1,5 \cdot 10^{-4}$; $0,15 \cdot 10^{-6}$. Укажите число, записанное в стандартном виде.

№2 (A14). Укажите номера верных утверждений:

1) $\sqrt{1,01}^{-x} > 1$; 2) $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{\cos 100^\circ} > 1$; 3) i ;

4) $0,5^{\cos 100^\circ} > 1$; 5) $0,5^\pi > 1$.

№3 (A17). Найдите наименьшее целое решение неравенства $\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{8+x} - 81}{x^2 + 2x + 5} < 0$.

№4. Решите уравнение $3^x + (3\sqrt{\sqrt{10}-1})^x = 2 \cdot (\sqrt{\sqrt{10}+1})^x$.

№5. Решите уравнение $2^{1-|4x-1|} = \operatorname{tg} \pi x + \operatorname{ctg} \pi x$.

№6 (B12). Решите уравнение $4^{\sin^2 \frac{\pi x}{4}} + 4^{\cos^2 \frac{\pi x}{4}} = \sqrt{7-6x-x^2}$.

№7 (B4). Найдите сумму целых решений неравенства $\frac{2^x - 2^{2-x} - 3}{2^x - 2} \geq 0$ на промежутке $[-5; 3]$.

№8 (B7). Найдите сумму корней (корень, если он единственный) уравнения $2^{\frac{x+2}{x-2}} + 2^{\frac{4-x}{x-2}} = 34$.

№9 (B8). Найдите увеличенное в 49 раз произведение абсцисс точек пересечения прямой $y=12$ и графика нечетной функции, которая определена на множестве $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ и при $x > 0$ задается формулой $y = 3^{7x-9} - 15$.

№10 (B6). Найдите количество целых корней уравнения $3^{x+3} + 3^x = 5 \cdot 2^{x+4} - 17 \cdot 2^x$.

№11 (B8). Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) $(\sqrt{6+\sqrt{20}} - \sqrt{6-\sqrt{20}})^{2x} + 2^{2(x+1)} = 320$.

№12 (B9). Решите уравнение $3^{1-x} - 3^{1+x} + 9^x + 9^{-x} = 6$. В ответе укажите количество корней.

№13 (B9). Найдите среднее арифметическое корней уравнения (или корень, если он единственный) $x^2 \cdot 6^{-x} + 6^{\sqrt{x}+2} = x^2 \cdot 6^{\sqrt{x}} + 6^{2-x}$.

№14 (B10). Найдите сумму квадратов корней уравнения $3^{2x^2} + 2 \cdot 3^{x^2-13x+2} = 3^{5-26x}$.

№15 (B8). Найдите увеличенное в 9 раз произведение корней уравнения $2^{x^2} \cdot 7^{x^2+1} = 0,5 \cdot \sqrt{196^{21-x^4}}$.

№16 (B7). Найдите произведение наибольшего целого отрицательного и наибольшего целого положительного решений неравенства

$$3 \cdot 49^{\frac{x^2-33}{-6x}} - 16 \cdot 49^{\frac{x^2-33}{-12x}} > 35.$$

№17 (B10). Найдите сумму квадратов корней уравнения

$$\frac{\sqrt{x+3}(2^{x-2}+8 \cdot 2^{2-x}-9)}{x^4-x^2-12}=0.$$

№18 (B7). Найдите произведение суммы корней уравнения

$$9^{x-3}-3^{x-3}=3^{x+4}-3^7$$

на их количество.

№19 (B2). Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$3^{x+13} \cdot 5^{-x-12} > 1,08.$$

№20 (B7). Решите неравенство $\left(\frac{1}{4-\sqrt{15}}\right)^{x+8} \geq (4-\sqrt{15})^{\frac{4x+33}{x+6}}$. В ответ запишите сумму целых решений, принадлежащих промежутку $[-20; -4]$.

Дополнительные задачки (для тех, кто хочет еще больше поумнеть))!

№1. Найдите корень уравнения $3^{\frac{2x+1}{2x-1}} - 2 \cdot 3^{\frac{2x}{2x-1}} - 9 = 0$.

№2. Найдите сумму корней или корень уравнения, если он единственный.

$$3^x + \sqrt{3^{x+2} \cdot 7^x} = 4 \cdot 7^x.$$

№3. Найдите сумму корней или корень уравнения, если он единственный.

$$|2^x - 3| + |2^x - 7| = 6.$$

№4. Найдите количество корней уравнения $|x^2 - 4|^{x^2-8} = |x^2 - 4|^{x-2}$.

№5. Найдите сумму корней или корень уравнения, если он единственный.

$$3^x + 4^x + 5^x = 6^x.$$

№6. Найдите сумму корней уравнения $3 - (x-2)^2 = 5^{(x-2)^2}$.

№7. Найдите количество корней уравнения

$$8^{x+1} + 8 \cdot 0,5^{3x} + 3 \cdot 2^{x+3} + 24 \cdot 0,5^x = 125.$$

№8. Найдите сумму s корней или корень уравнения, если он единственный.

$$\text{В ответ запишите } 4s. \quad 2^{1-|x-1|} = x^2 - 2x + 3.$$

№9. Найдите сумму корней или корень уравнения, если он единственный.

$$3^x + 4^x = 5.$$

№10. Найдите сумму корней или корень уравнения, если он единственный.

$$27^{3x^2+\frac{1}{3}} + 7^{x^2} = 4 - 3 \operatorname{tg}^2 x.$$

Ответы к дополнительным задачкам:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	5	3	4	1	4	2	0

ЗАНЯТИЕ №6

№1. Найдите $\sin 2\alpha$, если $\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

- 1) -0,48; 2) -0,5; 3) -0,64; 4) -0,96; 5) -1.

№2. Найдите $\frac{3\sin\alpha - 4\cos\alpha}{\cos\alpha + 3\sin\alpha}$, если $1 + 8\sin^2\alpha - 3\sin 2\alpha = 0$.

- 1) -0,75; 2) -2,5; 3) -2; 4) -1,25; 5) -1,5.

№3. Упростите $\frac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha} - \frac{2\cos 2\alpha}{1 + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}$.

№4. Упростите $\frac{\cos \frac{\alpha}{2} (\sin\alpha + \sin \frac{\alpha}{2})}{\sin \frac{\alpha}{4} \cos \frac{\alpha}{4} (1 + \cos\alpha + \cos \frac{\alpha}{2})}$.

№5. Найдите значение выражения $4\left(\operatorname{tg}\left(\arcsin \frac{2}{5}\right)\right)^{-2}$.

№6. Найдите значение выражения $\operatorname{arcctg} \frac{1}{3} + \operatorname{arctg} 2$.

- 1) $\frac{\pi}{2}$; 2) $\frac{2\pi}{3}$; 3) $\frac{3\pi}{4}$; 4) π ; 5) $\frac{5\pi}{6}$.

№7. Найдите значение выражения $\cos 5^\circ \cdot \cos 15^\circ \cdot \dots \cdot \cos 75^\circ \cdot \cos 85^\circ$.

- 1) $\frac{\sqrt{2}}{1024}$; 2) $\frac{\sqrt{2}}{512}$; 3) $\frac{\sqrt{2}}{256}$; 4) $\frac{\sqrt{2}}{128}$; 5) $\frac{\sqrt{2}}{64}$.

№8. Найдите значение выражения $\sin^4 \frac{7\pi}{8} + \cos^4 \frac{\pi}{8}$.

- 1) 0,25; 2) 0,5; 3) 0,75; 4) 1; 5) 1,25.

№9. Найдите значение выражения $\sqrt{0,5 - 0,25\sqrt{0,5 - \sin 690^\circ}}$.

- 1) 1; 2) 0,5; 3) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; 4) $\sqrt{2}$; 5) 0.

№10. Найдите значение выражения $\sin\left(4\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\operatorname{arcctg}\left(\frac{-3}{4}\right)\right)$.

- 1) $\frac{\sqrt{5}}{5}$; 2) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$; 3) $\frac{\sqrt{5}}{4}$; 4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 5) $\frac{1}{2}$.

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ!

№11. В тетраэдре $ABCD$ $AB=BC$, $AD=DC$. Найдите угол между прямыми AC , BD .

№12. Точки E, F — середины соответственно ребер A_1B_1 и BC куба $ABCD A_1B_1C_1D_1$. Найдите расстояние от точки C_1 до прямой EF , если длина ребра куба равна $2\sqrt{14}$.

№13. Длина ребра куба $ABCD A_1B_1C_1D_1$ равна $2\sqrt{2}$. Найдите площадь сечения, проведенного через диагональ AD_1 грани ADD_1A_1 и середину M ребра BB_1 .

№14. Сухие грибы по массе содержат 12% воды, а свежие — 90%. Сколько получится сухих грибов из 44 кг свежих?

№15. Первый сплав состоит из двух металлов, входящих в этот сплав в отношении 1:2, а второй содержит те же металлы в отношении 2:3. Сколько частей каждого сплава нужно взять, чтобы получить третий сплав, содержащий те же металлы в отношении 17:27?

№16. Имеется кусок сплава меди с оловом общей массой 12 кг, содержащий 45% меди. Сколько чистого олова надо добавить к этому куску сплава, чтобы получившийся сплав содержал 40% меди?

№17. Смешали 30%-й раствор соляной кислоты с 10%-м раствором и получили 600 г 15%-го раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

№18. Имеется три слитка. Первый слиток имеет массу 5 кг, второй – 3 кг, и каждый из этих слитков содержит 30% меди. Если первый слиток сплавить с третьим, то получится слиток, содержащий 56% меди, а если сплавить второй слиток с третьим, то получится слиток, содержащий 60% меди. Найдите массу третьего слитка и процент содержания меди в нем.

№19. Имеется два раствора соли в воде. Для получения из двух растворов смеси, содержащей 10 г соли и 90 г воды, первого раствора требуется вдвое больше по массе, чем второго. Через неделю из каждого килограмма первого и второго растворов испарилось по 200 г воды, и для получения той же смеси, что и раньше, требуется первого раствора уже вчетверо больше по массе, чем второго. Сколько граммов соли содержалось в 100 г каждого раствора первоначально?

№20. Из полного бака, содержащего 729 л кислоты, отлили V л раствора и долили бак водой. После перемешивания снова отлили V л раствора и долили бак водой. После шести таких процедур раствор в баке стал содержать 64 л кислоты. Найдите, сколько литров кислоты отливали в первый раз.

Дополнительные задачи:

№1. Около треугольника ABC описана окружность. Медиана AD продолжена до пересечения с этой окружностью в точке E . Известно, что $AB + AD = DE$, $\angle BAD = 60^\circ$, $AE = 6$. Найдите площадь треугольника ABC .

№2. Окружность, вписанная в треугольник, точкой касания делит одну из сторон на отрезки, равные 3 и 4, а противолежащий этой стороне угол равен 120° . Найдите площадь треугольника.

№3. Площадь треугольника ABC равна $15\sqrt{3}$. Угол BAC равен 120° . Угол ABC больше угла ACB . Расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , равно 2. Найдите медиану треугольника ABC , проведенную из вершины B .

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x-y}{x+y}} + \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \frac{10}{3}, \\ \sqrt{\frac{x-y}{x+y}} - \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \frac{10}{3} \end{cases}$$

№4. Решите систему уравнений

№5. Из натуральных чисел составлены группы (1), (2, 3, 4), (5, 6, 7, 8, 9), ... так, что каждая оканчивается квадратом номера группы. Сумма членов 50-й группы равна...

ЗАНЯТИЕ №7

№1. Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, являющихся решениями уравнения $x^2 - xy - x + y = 1$. В ответ запишите наибольшее из произведений xy .

№2. Найдите все целочисленные решения уравнения

$$x^2 - 4x - y^2 + 2y + 6 = 0.$$

№3. Найдите все целочисленные решения уравнения $xy + x - 5y = -2$.

№4. Найдите все пары целых отрицательных чисел $(x; y)$, являющихся решениями уравнения $x^2 - 2xy + 2y^2 + 4y = 33$.

№5. Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, являющихся решениями уравнения $x^2 - 10x + y^2 - y + 23 = 0$.

№6. Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, являющихся решениями уравнения $(x^2 + y^2)(3x - y - 13) = 2xy$.

№7. Найдите целочисленные решения уравнения $113x + 179y = 17$, удовлетворяющие условиям $x > 0, y > -100$.

№8. Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, являющихся решениями уравнения $x^2 - 3y = 17$.

Дополнительно $3x^2 - 4y^2 = 13$.

№9. Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, являющихся решениями уравнения $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)(x - 2y + 7) = 2$. В ответ запишите наибольшую из сумм $x + y$.

№10. Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, являющихся решениями уравнения $x^2y^2 + x^2 + y^2 - 14xy + 2x - 2y + 37 = 0$. В ответ запишите наименьшую из сумм $x + y$.

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ!

№11. Пешеход и велосипедист отправляются одновременно навстречу друг другу из городов A и B , расстояние между которыми 40 км, и встречаются спустя 2 часа после отправления. Затем они продолжают путь, причем велосипедист прибывает в A на 7 часов 30 минут раньше, чем пешеход в B . Найдите скорости пешехода и велосипедиста.

№12. Два велосипедиста выехали одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. Велосипедист, ехавший из A , прибыл в B через 4 часа после встречи, а велосипедист, ехавший из B , прибыл в A через 9 часов после встречи. Сколько часов в пути был каждый велосипедист?

№13. Найдите скорость и длину поезда, зная, что он проходил с постоянной скоростью мимо неподвижного наблюдателя в течение 7 с и затратил 25 с на то, чтобы пройти с той же скоростью вдоль платформы длиной 378 м.

№14. От пристани A одновременно отправились вниз по течению катер и плот. Катер спустился вниз на 96 км, потом повернул обратно и вернулся в A через 14 часов. Найдите скорость катера в стоячей воде и скорость течения, если известно, что катер встретил плот на обратном пути на расстоянии 24 км от A .

№15. От пристани A до пристани B вниз по течению катер проходит за 8 часов, а от пристани B до пристани A против течения – за 12 часов. Найдите время, за которое плот проплывет от пристани A до пристани B .

№16. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 110 км, с постоянной скоростью выезжает автобус. Через 30 минут за ним выезжает мотоциклист со скоростью 60 км/ч, который, догнав автобус, возвращается обратно в пункт A с прежней скоростью. Найдите наибольшее целое значение скорости (км/ч), при котором автобус прибывает в пункт B раньше, чем мотоциклист возвращается в пункт A .

№17. Сколько раз в течение суток угол между минутной и часовой стрелками составляет 90 градусов?

№18. В каждом вагоне находится одинаковое число пассажиров. Количество пассажиров в одном вагоне превосходит число вагонов на 9. Когда на станции во второй вагон вошло 10 человек, а из остальных вышло по 10 человек, то число пассажиров во втором вагоне оказалось равным числу пассажиров, оставшихся во всех остальных вагонах. Сколько пассажиров было первоначально в каждом вагоне?

№19. Квартал застроен пятиэтажными и девятиэтажными домами, причём девятиэтажных домов меньше, чем пятиэтажных. Если число девятиэтажных домов увеличить вдвое, то общее число домов станет больше 24, а если увеличить вдвое число пятиэтажных домов, то общее число домов станет меньше 27. Сколько в квартале девятиэтажных и пятиэтажных домов?

№20. Мне в данный момент вдвое больше лет, чем моему брату было тогда, когда мне было столько лет, сколько ему теперь. Когда моему брату будет столько лет, сколько мне теперь, сумма наших возрастов будет равна 63 годам. Сколько лет каждому из нас в данный момент?

Дополнительные задачи:

№1. Найдите модуль разности корней уравнения $2^{2x^2} + 2^{x^2+2x+2} = 2^{5+4x}$.

Ответ: $2\sqrt{3}$.

№2. Если $(x_0; y_0)$ – решение системы
$$\begin{cases} 2^{|x^2-2x-3|-\log_2 3} = 3^{-y-4}, \\ 4|y| - |y-1| + (y+3)^2 \leq 8, \end{cases}$$
 то найдите значение y_0 .

Ответ: -3.

№3. Сколько корней имеет уравнение $\log_{3x+7}(9+12x+4x^2) + \log_{2x+3}(6x^2+23x+21) = 4$?

Ответ: 1.

№4. Чему равна длина отрезка, являющегося решением неравенства $\log_{0.5} \log_2 \log_{x-1} 9 > 0$?

Ответ: 6.

№5. Найдите сумму квадратов корней уравнения $\log_{\frac{x}{2}} x^2 - 14 \log_{16x} x^3 + 40 \log_{4x} \sqrt{x} = 0$.

Ответ: 35/2.

ЗАНЯТИЕ №8

№1. Найдите разность между наибольшим и наименьшим корнями уравнения $x^2 \cdot 3^x + 9 = 3^{x+2} + x^2$.

№2. Найдите сумму корней уравнения $\log_{0,1x} \frac{1}{10x} + \frac{1}{\log_x^2 0,1} = 1$.

1) 11,01; 2) 10,01; 3) 100,1; 4) 101,1; 5) 99,1.

№3. Найдите значение выражения $\operatorname{ctg}(4\alpha - \frac{3\pi}{2})$, если $\operatorname{ctg} 2\alpha = -3$.

1) 0,5; 2) -0,5; 3) 0,75; 4) -0,75; 5) 1,25.

№4. Найдите значение выражения $\operatorname{tg}(\arccos(\frac{-2}{3}) + \frac{7\pi}{2})$.

1) $0,4\sqrt{5}$; 2) $0,2\sqrt{5}$; 3) $0,8\sqrt{5}$; 4) $-0,4\sqrt{5}$; 5) $-0,2\sqrt{5}$.

№5. Диагональ трапеции делит ее среднюю линию на два отрезка, длины которых относятся как 3:8. Найдите большее основание трапеции, если средняя линия равна 33.

№6. Найдите наибольший корень уравнения (в градусах)

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{3} \operatorname{tg} 100 \cdot \operatorname{ctg} 100 \text{ на отрезке } [0; 2\pi].$$

№7. Две окружности радиусов 4 и 9 касаются друг друга внешним образом. К этим окружностям проведена общая касательная (точки касания различны). Найдите площадь четырехугольника, вершинами которого являются центры окружностей и точки касания.

№8. Длина ребра основания правильной шестиугольной призмы равна 2. Найдите объем этой призмы, если в неё можно вписать шар.

№9. На сколько процентов следует увеличить радиус шара, чтобы объем шара стал больше на 72,8%?

№10. Найдите удвоенную сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения $\frac{2x^2 + 5x + 15}{2x^2 + 5x + 3} - \frac{2x^2 + 5x + 13}{2x^2 + 5x + 5} = 1$.

№11. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Если $\angle A = 70^\circ$, $\angle D = 80^\circ$, $\angle ABD = 50^\circ$, то градусная мера острого угла между диагоналями AC и BD равна...

№12. Сколько натуральных чисел удовлетворяют условию $n \leq \log_{\sqrt[5]{5}} 250$?

№13. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x|3 - x|$ на отрезке $[-1; 4]$. В ответ запишите сумму наибольшего и наименьшего значений.

№14. В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник с катетами, равными 12 и 5. Все боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 45° . Найдите объём пирамиды.

№15. Для каждой пары целых положительных чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению $x^2 - 2xy + 2y^2 - 6y = 8$, вычислите сумму $x + y$. В ответ запишите наибольшую из этих сумм.

№16. Найдите сумму целых решений неравенства

$$(x^2 - 4x + 3) \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} (\cos^2 \pi x + \cos \pi x + \sin^2 \frac{\pi x}{2}) \geq 2.$$

№17. Если радиус основания цилиндра равен 1,5, а высота цилиндра – 4, то диагональ осевого сечения цилиндра равна...

№18. Упростите $\sqrt{8+4\sqrt{5}} \cdot \sqrt[4]{9-4\sqrt{5}}$.

№19. Вычислите $\left(2,314 - \frac{1}{4}\right) : 0,2 + \left(3\frac{3}{8} + 1,425\right) : 6$.

№20. Найдите знаменатель возрастающей геометрической прогрессии, если разность пятого и первого членов прогрессии в 5 раз больше разности третьего и первого её членов.

1) 4; 2) $\sqrt{2}$; 3) 2; 4) 3; 5) $\sqrt{3}$.

№21. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ диагональ основания $BD = 8$. Найдите расстояние между ребрами CC_1 и AB .

№22. Решите систему уравнений $\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{3}{2}, \\ 2x^3 + 3y^3 = 57 \end{cases}$ и найдите сумму $x + y$, полагая,

что $xy > 0$.

1) $3\sqrt[3]{3}$; 2) 10; 3) $5\sqrt[3]{5}$; 4) 19; 5) 0,91.

№23. Найдите наибольшее целое отрицательное значение x , удовлетворяющее неравенству $\left| \frac{3x^2 - x - 1}{9x^2 - 15x + 7} \right| < 1$.

№24. Периметр прямоугольного треугольника равен 24, а радиус описанной около него окружности – 5. Найдите радиус вписанной окружности.

№25. Вычислите $\arccos (\sin (\arcsin (-0,5)))$.

1) $\frac{-\pi}{3}$; 2) $\frac{-\pi}{6}$; 3) $\frac{\pi}{3}$; 4) $\frac{2\pi}{3}$; 5) $\frac{3\pi}{4}$.

№26. Найдите сумму целых решений неравенства

$$\log_3 \log_{27} \log_2 (x^2 + x + 2) \leq -1.$$

№27. Найдите сумму целых решений неравенства $\frac{x(x-2)(x^2+x-6)}{x^2-x-6} \leq 0$, принадлежащих промежутку $[-5; 2]$.

№28. Найдите $f\left(\frac{1}{\log_{0,5} 10}\right)$, если $f(x) = 0,5 \cdot 10^{-x} + 4 \cdot 10^{-0,5x}$.

№29. Найдите сумму различных корней уравнения

$\sqrt{4 \cos 2x - 2 \sin 2x} - 2 \cos x = 0$, принадлежащих промежутку $[-180^\circ; 540^\circ]$.

№30. Функция $f(x)$ задана формулой $f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$. Найдите сумму всех значений $y \in [0^\circ; 270^\circ]$ (в градусах), являющихся корнями уравнения $f(\operatorname{tg} y) = \sqrt{2}$.

Ответы:

1	6	11	70	21	2
2	3	12	10	22	1
3	3	13	0	23	-1
4	1	14	20	24	2
5	48	15	15	25	4
6	90	16	2	26	-2
7	78	17	5	27	0
8	36	18	2	28	10
9	20	19	104	29	630
10	-5	20	2	30	180

ЗАНЯТИЕ №9

АЛГЕБРА!

№1. Найдите длину промежутка решений неравенства $\log_{x-5} 63 > 2 + \log_{x-5} 7$.

№2. Решите уравнение $(x-3)^{3-x^2} = (x-3)^{2x}$.

В ответе укажите сумму корней (или корень, если он единственный).

№3. Решите уравнение $x^{\log_2 x + 2} = 8$.

В ответе укажите произведение корней, увеличенное в 4 раза.

№4. Решите уравнение $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$.

В ответе укажите сумму корней (или корень, если он единственный).

№5. Решите уравнение $(x+1)\log_3^2 x + 4x\log_3 x - 16 = 0$.

В ответе укажите произведение корней, увеличенное в 27 раз.

№6. Вычислите $5^{\sqrt{\log_5 4}} - 4^{\sqrt{\log_4 5}} - 1$.

№7. Найдите значение выражения $ab + 5(a-b)$,
если $a = \log_{12} 18, b = \log_{24} 54$.

№8. Вычислите c^a , если $b^c = 25, a^c = 36, b^a = 5$.

№9. Четыре числа образуют геометрическую прогрессию. Если из первого числа вычесть 11, из второго 1, из третьего 3, а из четвертого 9, то получится арифметическая прогрессия. Найдите эти числа. В ответе укажите большее из них.

№10. Две машинистки вместе напечатали 65 страниц, причём первая работала на 1 час больше второй. Вторая машинистка, работая в одиночку, печатает в час на 2 страницы больше, чем первая, и при совместной работе она напечатала на 5 страниц больше. Сколько страниц в час печатает первая машинистка?

ГЕОМЕТРИЯ!

№11. В трапеции $ABCD$ диагональ AC пересекает среднюю линию трапеции в точке M , а диагональ BD пересекает среднюю линию в точке N . Основания BC и AD трапеции соответственно равны 11 и 23. Найдите расстояние MN .

№12. Диагональ равнобедренной трапеции, периметр которой равен 52, делит тупой угол трапеции пополам. Меньшее основание трапеции равно 1. Найдите площадь трапеции.

№13. В прямоугольную трапецию вписана окружность. Точка касания окружности с боковой стороной делит эту сторону на отрезки 4 и 25. Найдите площадь трапеции.

№14. Расстояние от боковой стороны равнобедренного треугольника, равной 20, до центра описанной около него окружности равно 7,5. Найдите периметр треугольника.

№15. В равнобедренном треугольнике радиус вписанной окружности составляет 0,42 от высоты треугольника, проведенной к основанию треугольника. Найдите длину боковой стороны треугольника, если периметр треугольника равен 100.

№16. Из вершины B треугольника ABC к основанию AC , длина которого равна 16, проведены высота и медиана, которые соответственно равны $6\sqrt{5}$ и 14. Найдите длину большей боковой стороны.

№17. Основанием пирамиды служит ромб, периметр которого 40, а диагонали относятся как 1:2. Каждая боковая грань пирамиды наклонена к плоскости основания под углом $\alpha = \arccos \frac{2}{9}$. Найдите полную поверхность пирамиды.

№18. Объем треугольной пирамиды $SABC$ с основанием ABC равен 36. Точка E лежит на ребре AB так, что $AE:BE=1:2$, точка F лежит на ребре AC так, что $AF:FC=2:1$, точка S_1 – точка высоты пирамиды SH , причём $SS_1:SH=1:2$. Найдите объем пирамиды S_1FCBE .

№19. Основанием пирамиды является прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4, а все боковые ребра пирамиды равны $\sqrt{6,5}$. Найдите объём этой пирамиды.

№20. На сторонах AD и CD квадрата $ABCD$ со стороной 3 взяты две точки M, N соответственно так, что $MD+DN=3$. Прямые BM и CN пересекаются в точке T . Найдите длину отрезка NT , если $MT=4$.

Дополнительные задачи:

№1. Три дробных числа составляют геометрическую прогрессию. Если от третьего числа отнять 4, то числа составляют арифметическую прогрессию. Если же от второго и третьего членов полученной арифметической прогрессии отнять по 1, то снова получаем геометрическую прогрессию. Найдите эти числа и укажите в ответе их сумму, увеличенную в 27 раз.

Ответ: 171.

№2. В правильную четырёхугольную пирамиду с высотой 3 и стороной основания $2\sqrt{3}$ вписан шар. Параллельно основанию пирамиды проведена плоскость, касающаяся шара. В образовавшуюся пирамиду вписан другой шар. Найдите его радиус r и запишите в ответ $6r$.

Ответ: 2.

№3. Найдите все значения x , при которых меньшее из двух выражений $1 - \frac{x^2}{4}$ и $\frac{1,875}{x+2}$ не меньше, чем 0,75, и укажите в ответе A – длину найденного промежутка, увеличенную в 12 раз.

Ответ: 18.

№4. Правильный тетраэдр пересечен плоскостью, делящей пополам двугранный угол при основании. Найдите объем тетраэдра, если площадь сечения равна $18\sqrt{2}$.

Ответ: 9.

№5. Сколько корней у уравнения $|\log_4|x-1|| = \sin(\pi x)$?

Ответ: 8.

ЗАНЯТИЕ №10

№1. Найдите произведение (или корень, если он единственный) уравнения $\log_2(1+\sqrt{x})=\log_3 x$.

№2. Найдите меньший корень уравнения $\sqrt{x^2-2x+1}+3\sqrt{x^2+4x+4}=5$. В ответ запишите результат, увеличенный в 2 раза.

№3. Найдите число целых решений неравенства $\frac{5\log_3^2 x}{x^2-9}<0$.

№4. Через ребро основания правильной четырехугольной пирамиды проведена плоскость, которая отсекает от противоположной грани треугольник площадью S_0 . Найдите S_0 , если площадь боковой грани пирамиды равна 49, а площадь боковой поверхности отсеченной пирамиды равна 121.

№5. В сосуде было 10 л соляной кислоты. Отлили часть соляной кислоты и дополнили сосуд таким же количеством воды. Затем снова отлили такое же количество смеси и дополнили сосуд таким же количеством воды. Сколько литров отливали каждый раз, если в результате в сосуде оказался 64%-ный раствор соляной кислоты?

№6. Укажите сумму целых решений неравенства $(x+2)(x-5)\leq 0$, принадлежащих отрезку $[-3; 4]$.

№7. Вычислите $\sin 40^\circ \cdot \sin 70^\circ + \cos 40^\circ \cdot \sin 20^\circ$.

1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) 1; 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) $\frac{1}{2}$; 5) 0.

№8. Вычислите $5^{\frac{1}{\log_{16} 25}} - \log_3 \log_2 \sqrt[9]{2} + 7^{\log_3 8} - 8^{\log_3 7}$.

№9. Упростите $\left(\frac{1}{a+\sqrt{2}} - \frac{a^2+2}{a^3+2\sqrt{2}}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{a}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{a}\right)^{-1} \cdot \frac{\sqrt{2}}{a+\sqrt{2}}$.

№10. В треугольнике длина каждой из двух высот равна 8, а длина третьей высоты равна 12. Найдите площадь треугольника.

1) $36\sqrt{2}$; 2) $18\sqrt{3}$; 3) $8\sqrt{2}$; 4) $17\sqrt{2}$; 5) $23\sqrt{2}$.

№11. Вычислите значение выражения $\frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1}$, где x_1, x_2 – корни уравнения $3x^2 - 7x - 2 = 0$.

1) $-418/37$; 2) $-469/18$; 3) $-127/19$; 4) $-368/49$; 5) $469/18$.

№12. Из 38 т сырья второго сорта, содержащего 25% примесей, после очистки получается 30 т сырья первого сорта. Найдите процент примесей в сырье первого сорта.

№13. Решите систему уравнений $\begin{cases} y+6\sqrt{xy}+9x=81, \\ \sqrt{y}-\sqrt{x}=1. \end{cases}$ В ответе укажите разность $x-y$.

№14. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 26, а катеты относятся как 5:12. Найдите больший из них.

№15. Найдите сумму целых решений неравенства $\frac{(x+2)^2(x+10)^2}{(9-x)(x-4)\sqrt{x^2-49}} \geq 0$.

№16. Дан ромб $ABCD$. Окружность, описанная около треугольника ABD , пересекает большую диагональ ромба AC в точке E . Найдите CE , если $AB=8\sqrt{5}, BD=16$.

№17. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник, длины катетов которого 6 и 8. Найдите объем пирамиды, если длина каждого бокового ребра пирамиды равна $5\sqrt{2}$.

№18. Около окружности описана равнобедренная трапеция с боковой стороной, равной 10. Найдите площадь трапеции, если радиус окружности равен 4.

№19. Найдите среднее арифметическое корней уравнения

$$(x-6)(x-8)(x-10)(x-42)\log_{21-2x}(x-3)=0.$$

№20. Дан правильный тетраэдр $ABCD$ с ребром длиной $\sqrt{6}$. Найдите расстояние от вершины A до плоскости BCD .

№21. Найдите сумму целых решений неравенства $\frac{\sqrt{3-2x-x^2}}{x+8} \leq \frac{\sqrt{3-2x-x^2}}{2x+1}$.

№22. Решите уравнение $\cos x \sqrt{3-\operatorname{tg} x} = \sin x \sqrt{1-\operatorname{ctg} x}$ и найдите сумму корней (в градусах), если $x \in [-360^\circ; 360^\circ]$.

№23. Самоходный паром прошел 30 км по течению и 20 км против течения, затратив на весь путь столько же времени, сколько ему понадобилось бы на прохождение 50 км в стоячей воде. Найдите скорость парома (км/ч) в стоячей воде, если скорость течения реки 1 км/ч.

№24. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения $3^x + 3^{2-x} = 3(1 + \cos 2\pi x)$.

№25. Высота конуса равна 12, а объем равен 144π . Найдите ребро куба, вписанного в конус.

№26. В треугольнике ABC медиана BD равна половине стороны AC . Найдите градусную меру угла B .

№27. Найдите число, если его 20% равны $(4\sqrt{75} - 5\sqrt{27}) : \sqrt[3]{3\sqrt{3}}$.

№28. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения

$$\frac{6}{4+\sqrt{3x-8}}+2=\frac{3}{\sqrt{3x-8}-1}.$$

№29. Найдите разность между наибольшим и наименьшим корнями уравнения $x^2+|x|=\frac{11}{16}$.

1) $0,25\sqrt{15}$; 2) 1; 3) $0,5\sqrt{15}$; 4) $0,25\sqrt{15}-0,5$; 5) $0,5\sqrt{15}-1$.

№30. Чему равен результат вычисления выражения $\log_{\sqrt{5}}32 \cdot \log_4 125$?

Ответы:

1	9	11	2	21	-2
2	-5	12	5	22	-120
3	1	13	-5	23	5
4	16	14	24	24	1
5	2	15	9	25	6
6	7	16	12	26	90
7	1	17	40	27	25
8	7	18	80	28	4
9	-2	19	6	29	5
10	1	20	2	30	15

ЗАНЯТИЕ №11

№1 (A17). Решите уравнение $\sqrt{2\log_8(-x)} - \log_8 \sqrt{x^2} = 0$. В ответе укажите сумму корней или корень, если он единственный.

1) -65; 2) -1; 3) -64; 4) 64; 5) 65.

№2 (B4). Окружность, центр которой принадлежит стороне AB треугольника ABC , проходит через точку B , касается стороны AC в точке C и пересекает сторону AB в точке D . Найдите градусную меру большего угла треугольника ABC , если $AD:DB=1:2$.

№3 (B8). Найдите число членов геометрической прогрессии, у которой отношение суммы первых 11 членов к сумме последних 11 членов равно 0,125, а отношение суммы всех членов без первых девяти к сумме всех членов без последних девяти равно 2.

№4 (B9). Решите неравенство $9^{x+1} \cdot 2^x - 35 \cdot 2^{x+1} - 90 \cdot 9^x + 700 \leq 0$.

В ответ запишите сумму наименьшего и наибольшего целых решений.

№5 (A7). Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 2, боковое ребро пирамиды равно 4. Найдите объём пирамиды.

1) 6; 2) 8; 3) 10; 4) 12; 5) 16.

№6 (A16). Найдите расстояние от центра окружности $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 7$ до точки пересечения прямой $9x - 2y = 6$ с осью ординат.

1) $8\sqrt{2}$; 2) 8; 3) 3; 4) 4; 5) $4\sqrt{2}$.

№7 (A19). Найдите (в градусах) сумму корней уравнения

$2\sin(270^\circ + 3x) + 1 = 0$ на промежутке $[-30^\circ; 120^\circ]$.

1) 140° ; 2) 100° ; 3) 40° ; 4) 120° ; 5) 20° .

№8 (B7). Длина одной из сторон параллелограмма равна длине его диагонали и равна 5, длина второй диагонали равна $\sqrt{57}$. Найдите значение выражения S^2 , где S – площадь параллелограмма.

№9 (A12). Вынесите множитель из-под знака корня $\sqrt[4]{243a^{12}}$, если $a < 0$.

№10 (A19). Найдите сумму всех целых решений неравенства $\frac{3x-8}{x+4} \geq |x|$.

1) -12; 2) -24; 3) -31; 4) -30; 5) -26.

№11 (B6). Найдите сумму всех целых решений неравенства

$5^{3x+2} - 26 \cdot 25^x + 5^x \leq 0$.

№12 (B8). Найдите произведение наименьшего корня (в градусах) на количество различных корней уравнения $1 - \sin 8x = (\cos 5x - \sin 5x)^2$ на промежутке $(-20^\circ; 360^\circ)$.

№13 (A14). Катер, двигаясь по течению реки, прошёл расстояние между пристанями за 2 ч. Обрато он прошёл это же расстояние за 3 ч. Найдите, за какое время (в часах) катер прошёл такое же расстояние по озеру.

1) $5/12$; 2) $3/2$; 3) $12/5$; 4) $13/6$; 5) $19/7$.

№14 (B11). Вычислите

$$\frac{((\log_7^4 2 + \log_2^4 7 + 2)^{\frac{1}{2}} - 2)^{\frac{1}{2}}}{\log_2 7 - \log_7 2} + \left(5^{\frac{2\log_4 5 + 1}{2\log_4 5}} + 8^{\frac{1}{3}\log_2 25} + 1\right)^{\frac{1}{2}}.$$

№15 (B8). Найдите три числа, образующие геометрическую прогрессию, зная, что их сумма равна 62, а сумма их квадратов равна 2604. В ответе укажите произведение чисел.

№16 (B4). На окружности радиуса 5, описанной около правильного треугольника ABC , взята точка M . Известно, что расстояние от точки M до одной из вершин треугольника равно 9. Сумма расстояний от точки M до двух других вершин треугольника равна...

№17 (B11). Два насоса разной мощности, работая одновременно, наполняли бассейн водой за 4 часа. После реконструкции производительность первого насоса увеличилась на 20%, а второго – на 60%. Теперь они, работая одновременно, наполняют бассейн за 3 часа. За сколько часов может наполнить бассейн первый насос после реконструкции?

№18 (A14). Высоту конуса увеличили в 5 раз, а радиус основания уменьшили в 3 раза. В результате получился новый конус объёмом 30. Найдите объём исходного конуса.

1) 54; 2) 6; 3) 8; 4) 10; 5) 12.

№19 (A16). Параболы $y = -5(x-3)^2 + 4$ и $y = ax^2 + bx + c$ симметричны относительно прямой, проходящей через их общую вершину параллельно оси абсцисс. Найдите сумму коэффициентов a, b, c .

1) 24; 2) 76; 3) 66; 4) -4; 5) -76.

№20 (B6). Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$3^{\frac{x-2}{4}} - 3^{\frac{10-x}{4}} - 8 > 0.$$

Дополнительные задачи:

№1. В правильной четырёхугольной пирамиде расстояние от вершины до основания пирамиды равно расстоянию от ребра основания до плоскости противоположающей боковой грани. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, где α – угол между боковым ребром и плоскостью основания. В ответе укажите $2\operatorname{tg}^2 \alpha$.

Ответ: 3.

№2. Найдите сумму первых ста натуральных чисел, больших 10, которые при делении на 5 дают в остатке 3.

Ответ: 26050.

№3. Найдите такие целые числа n, m , чтобы $7n = 66 - 3m$, а сумма чисел n и m была наименьшей и положительной. В ответ запишите разность большего и меньшего из этих чисел.

Ответ: 28.

№4. Найдите сумму корней уравнения (или корень, если он единственный)

$$6 \cdot \log_8 \left(\frac{8}{x} + \frac{x}{8} \right)^{25} = 16x - x^2 - 14.$$

ЗАНЯТИЕ №12

№1 (B4). Найдите сумму наименьшего и наибольшего целых решений неравенства $\log_{0,3}(x+50) \leq 2 \log_{0,3}(x-6)$.

№2 (B11). Пусть

$$A = (\log_2 19 + \log_{19} 2 - 2)^{0,5} \cdot (\log_{9,5} 19 \cdot \log_2^{0,5} 19 - \log_2^{1,5} 19) + 4 \log_4^2 19.$$

Найдите значение выражения 2^A .

№3 (B8). Найдите сумму наименьшего и наибольшего целых решений неравенства $\log_{\frac{1}{11}} \log_2 \log_8(x+11) > 0$.

№4 (B6). Пусть x_0 – наибольший корень уравнения

$$\log_3^2\left(\frac{x}{81}\right) + 4 \log_3 x - 61 = 0, \text{ тогда значение выражения } 7\sqrt[3]{x_0} \text{ равно...}$$

№5 (A6). Вычислите $8^{1+\log_8 7}$.

1) 28; 2) 16; 3) 15; 4) 56; 5) 64.

№6 (B6). Найдите произведение наименьшего и наибольшего целых решений неравенства $\log_{\frac{1}{5}} \frac{5-x}{x+13} \geq 0$.

№7 (B10). Найдите сумму квадратов корней (корень, если он единственный) уравнения $\log_{14}(13-x)^2 = 2 - 2 \cdot \log_{14} x$.

№8 (B7). Найдите сумму всех целых решений неравенства

$$\log_8(x+1) \cdot \log_8(x-8) \leq \log_8(x^2 - 7x - 8) - 1.$$

№9 (A13). Расположите числа $\log_2 16, \log_5 33, 1 + \log_3 12$ в порядке возрастания.

№10 (B10). Найдите произведение корней (корень, если он единственный) уравнения $\log_{x-4}(2x^2 - 29x + 84) = 1$.

№11 (B3). Найдите сумму корней (или корень, если он один) уравнения $7 \cdot 7^{\log_2 x} = 245 + 2 \cdot x^{\log_2 7}$.

№12 (B11). Найдите количество целых решений неравенства $3^{x+8} + \log_{0,5}(27-x) > 22$.

№13 (A2). Укажите верное равенство:

1) $\log_{47} 47 = 47$; 2) $\log_{29} \frac{1}{29} = -1$; 3) $\log_4 16 = 4$;
4) $\log_{33} 33 = 0$; 5) $2^{\log_3 2} = 3$.

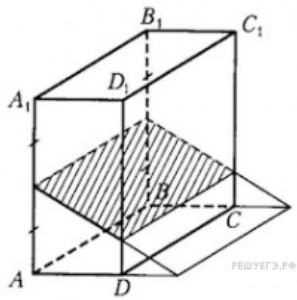
№14 (A18). Найдите наименьшее целое решение неравенства $\lg(x^2 - 2x - 3) - \lg(x+1) \leq \lg 3$.

1) -2; 2) -1; 3) 4; 4) 3; 5) 6.

№15 (B9). Найдите сумму целых значений x , принадлежащих области определения функции $y = \log_{3-x}(24 - 2x - x^2)$.

№16 (B1). Если в правильной четырехугольной пирамиде высота равна 6, а площадь диагонального сечения равна 9, то ее объем равен ...

№17 (B3). Точки $A(2;3), B(7;5), C(10;5)$ – вершины трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Найдите сумму координат точки D , если $BD = \sqrt{29}$.

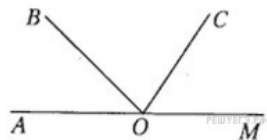


№18 (A16). $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямоугольный параллелепипед такой, что $AB=20$, $AD=4$. Через середины ребер AA_1 и BB_1 проведена плоскость, составляющая угол 60° с плоскостью основания $ABCD$. Найдите площадь сечения параллелепипеда этой плоскостью.

1) 80; 2) 40; 3) $80\sqrt{3}$; 4) 160; 5) $80\sqrt{2}$.

№19 (A6). На рисунке изображены развернутый угол AOB и лучи OB и OC . Известно, что $\angle AOC = 102^\circ$, $\angle BOM = 128^\circ$. Найдите величину угла BOC .

1) 78° ; 2) 50° ; 3) 26° ; 4) 52° ; 5) 38° .



№20 (A10). Площадь осевого сечения цилиндра равна 20. Площадь его боковой поверхности равна:

1) 40π ; 2) 20π ; 3) 10π ; 4) 20; 5) 40.

Дополнительные задачи:

№1. Основанием пирамиды служит треугольник со сторонами 5, 7, 8. Боковые грани пирамиды образуют с её основанием равные двугранные углы по 30° . Найдите $\sqrt{3}V$, где V – объем пирамиды.

№2. Сколько решений имеет система уравнений ?

№3. Решите неравенство $\sqrt{7-x} - \sqrt{15-x+2\sqrt{x}} < 2$ и укажите в ответе сумму его различных целых решений.

№4. Найдите произведение всех различных корней уравнения (корень, если он один) $7^x + (3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})^x - (3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})^x = 7$.

№5. Найдите объём куба, если расстояние от вершины верхнего основания куба до середины нижнего основания равно $\sqrt{6}$.

№6. Найдите x_0 – наибольший корень уравнения

$$\sin^6(\pi x) + \cos^6(\pi x) = \frac{-10x}{25+16x^2} \text{ и укажите в ответе } 24x_0.$$

№7. Вычислите $\sin^2(\arctg 2) + \sin^2(\arccotg 0 + \arctg 2)$.

№8. Центр окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, находится на расстоянии $\sqrt{10}$ и $\sqrt{5}$ от концов гипотенузы. Найдите больший катет.

№9. Через середину диагонали куба с объёмом 1 проведена плоскость, перпендикулярная диагонали. Найдите S – площадь фигуры, которая получается в сечении куба этой плоскостью, и укажите в ответе $6S^2$.

№10. Решите неравенство $\log_{4+\frac{x}{4}}(\log_{0,5}\frac{10+x}{20-x}) \leq 1$ и укажите в ответе сумму всех его целых решений.

ЗАНЯТИЕ №13

№1. Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$4^{-x+0,5} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 < 0.$$

№2. Свежие грибы содержат по массе 90% воды, а сухие – 12%. Сколько сухих грибов (кг) получится из 22 кг свежих?

1) 2,8; 2) 3,2; 3) 2,5; 4) 5,2; 5) 2,4.

№3. Средняя линия трапеции, равная 10, делит площадь трапеции в отношении 3 : 5. Найдите большее основание трапеции.

№4. Найдите значение выражения
$$\frac{\sqrt{2} \cos \frac{3\pi}{8} - 2 \cos \frac{5\pi}{8}}{\cos \frac{\pi}{8}}.$$

1) 1; 2) -1; 3) $\sqrt{3}$; 4) $-\sqrt{2}$; 5) $\sqrt{2}$.

№5. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения

$$x(x-2)\sqrt[4]{x^2+3x-4} = 8\sqrt[4]{x^2+3x-4}.$$

№6. Найдите площадь ромба, высота которого равна $2\sqrt{6}$, а одна его диагональ больше другой в $12/7$ раза.

1) $13\frac{11}{14}$; 2) $27\frac{4}{7}$; 3) $14\sqrt{6}$; 4) $25\sqrt{6}$; 5) 24,4.

№7. Найдите количество корней уравнения

$$\cos 3x \cdot \cos 2x - \sin x \cdot \sin 6x = \cos 7x, \text{ принадлежащих отрезку } [0^\circ; 180^\circ].$$

№8. Сколько целых решений неравенства $\frac{x+10}{3x^2+8x} \geq \frac{2-x}{3x^2+2x-16}$ удовлетворяют условию $|x| \leq 5$?

№9. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений функции

$$y = 2(\sin x + \cos x)^2.$$

№10. Решите уравнение $\frac{x-1}{x} + \frac{x-2}{x} + \frac{x-3}{x} + \dots + \frac{1}{x} = 3.$

№11. Основанием пирамиды служит ромб, длины диагоналей которого 6 и 8. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей ромба и имеет длину 1. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№12. Найдите число целых решений неравенства

$$\sqrt{11-x} \cdot \log_{0,5}(x^2 - 10x + 9) \geq 0.$$

№13. Найдите значение выражения $3 \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2} \arccos \frac{4}{5}\right).$

№14. Найдите сумму значений y (или значение y , если оно единственное) уравнения $\log_2 \left(\cos^2(xy) + \frac{1}{\cos^2(xy)} \right) = \frac{1}{y^2 - 2y + 2}$.

№15. В основании пирамиды лежит равносторонний треугольник, длина стороны которого равна 18. Одна из боковых граней представляет такой же треугольник, при этом она перпендикулярна плоскости основания. Найдите квадрат радиуса описанного около пирамиды шара.

№16. Во сколько раз A больше B , если $A = (0,5 : 1,25 + \frac{7}{5} : 1\frac{4}{7} - \frac{3}{11}) \cdot 3$,

$$B = \left(1,5 + \frac{1}{4} \right) : 18\frac{1}{3}?$$

№17. Вычислите $\left(\frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{3}{\sqrt{3}-2} + \frac{6}{3-\sqrt{3}} - 3 \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{3}+5}$.

№18. Вычислите значение выражения $\frac{x_1^3 + x_2^3}{2x_1x_2}$, где x_1, x_2 — корни уравнения $2x^2 - x - 2 = 0$.

1) -1; 2) 13/16; 3) -13/8; 4) -13/16; 5) 15/16.

№19. Вычислите $\frac{\cos 31^\circ + \cos 89^\circ + 1}{-\cos^2 14,5^\circ}$.

№20. Сколько литров пресной воды нужно добавить к 80 л морской, чтобы содержание соли в ней было не 5%, а 2%?

№21. Около равнобедренного треугольника с основанием AC и углом при основании 75° описана окружность с центром O . Найдите её радиус, если площадь треугольника BOC равна 16.

№22. Найдите меньший корень уравнения $4^{x^2+2} - 9 \cdot 2^{x^2+2} + 8 = 0$.

№23. Найдите сумму целых решений неравенства $\frac{(3+x)^2(13+x)^2}{(12-x)(x-8)\sqrt{x^2-100}} \geq 0$.

№24. Найдите значение выражения $\operatorname{tg} \left(\arcsin \left(\frac{-2}{3} \right) + \frac{5\pi}{2} \right)$.

1) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$; 2) $\frac{\sqrt{5}}{2}$; 3) $\frac{-2\sqrt{5}}{5}$; 4) 1,12; 5) $-0,5\sqrt{5}$.

№25. Длина стороны ромба $ABCD$ равна 2, $\angle ADC = 120^\circ$. Точки M, N являются основаниями перпендикуляров, опущенных из вершины B на стороны AD, DC . Найдите площадь треугольника MBN .

1) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$; 2) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$; 3) $\frac{2\sqrt{3}}{4}$; 4) $2\sqrt{3}$; 5) $3\sqrt{3}$.

№26. Найдите произведение корней уравнения

$$\sqrt{3x^2-2x+15}+\sqrt{3x^2-2x+8}=7.$$

1) -3; 2) -1/3; 3) 3; 4) 1/3; 5) 1.

№27. Длина апофемы правильной четырёхугольной пирамиды равна 6, а угол между плоскостями основания и боковой гранью равен 30° . Найдите объем пирамиды.

№28. Найдите площадь треугольника, длины двух сторон которого равны 9 и 12, а длина медианы, заключенной между ними, равна 7,5.

№29. Найдите сумму корней уравнения (или корень, если он единственный)
 $2^{x^2-4x+5} = 1 + \sin^2 \frac{\pi x}{4}.$

№30. Два велосипедиста выехали навстречу друг другу одновременно из пунктов А и В и встретились через 1 час. Прибыв в пункты В и А соответственно, велосипедисты повернули назад с прежними скоростями и встретились вновь. Через сколько часов после первой встречи это произошло?

Ответы:

1	-1	11	26	21	8
2	3	12	1	22	-1
3	15	13	1	23	-2
4	5	14	1	24	2
5	1	15	135	25	1
6	2	16	32	26	4
7	7	17	-2	27	108
8	7	18	4	28	54
9	4	19	-2	29	2
10	7	20	120	30	2

ЗАНЯТИЕ №14

№1. Найдите число, 3,6% которого составляют $\frac{3+4,2:0,1}{(1:0,3-2\frac{1}{3})\cdot 0,3125}$.

№2. Из точки, не лежащей в плоскости α , проведена к этой плоскости наклонная, образующая с плоскостью угол 45° . Если длина проекции этой наклонной 5, то длина самой наклонной равна:

- 1) 4,5; 2) $5\sqrt{2}$; 3) 10; 4) $5\sqrt{3}$; 5) $10\sqrt{3}$.

№3. Чему равна сумма всех натуральных чисел, больших 6 и не превосходящих 137, которые при делении на 6 дают в остатке 2?

№4. Найдите меньший корень уравнения $\frac{1}{x^2-9} + \frac{1}{3x-x^2} = \frac{3}{2x+6}$.

№5. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения $x^2\sqrt{x^2-8x+12} = (6x-5)\sqrt{x^2-8x+12}$.

№6. Решите систему $\begin{cases} xy^3 + x^3y = -8, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$ В ответе укажите $x+y$.

№7. Найдите число целых отрицательных решений неравенства

$$\frac{5x+12}{2x^2+9x} \geq \frac{x+3}{2x^2+15x+27}.$$

№8. Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности равен 2, а гипотенуза в точке касания делится на отрезки 4 и 6. Найдите площадь треугольника.

№9. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения $\sqrt{x-\sqrt{4x-4}} - \sqrt{4x+8}\sqrt{x-1} = -1$.

№10. Найдите наибольший корень (в градусах) уравнения

$$\sin x + \cos x - \cos^2 100^\circ = \sin^2 100^\circ + 0,5 \sin 2x \text{ на отрезке } [0; 2\pi].$$

№11. Найдите количество целых чисел из области значений функции

$$y = \frac{1}{2} \sqrt{x^2+4x+4} + \sqrt{x^2-2x+1}, \text{ которые она принимает на отрезке } [-3; 2].$$

№12. Медиана AM треугольника ABC перпендикулярна его биссектрисе BN . $AM=3$, $BN=4$. Найдите площадь треугольника ABC .

№13. Старший брат на мотоцикле, а младший на велосипеде совершили двухчасовую безостановочную поездку в лес и обратно. При этом

мотоциклист проезжал каждый километр на 4 минуты быстрее, чем велосипедист. Сколько километров проехал каждый из братьев за 2 ч, если известно, что путь, проделанный старшим братом за это время, на 40 км больше?

№14. Найдите расстояние между точками $A(-3;0), B(0;4)$.

- 1) 7; 2) 5; 3) $\sqrt{5}$; 4) $\sqrt{7}$; 5) 4.

№15. Длина стороны основания правильной четырехугольной призмы равна 6, а длина диагонали боковой грани равна 8. Найдите длину диагонали призмы.

№16. Когда поезд прошел $\frac{3}{8}$ расстояния между станциями, до половины пути ему оставалось пройти еще 2 км. Найдите расстояние (км) между станциями.

- 1) 18; 2) 16,8; 3) 16; 4) 20; 5) 13.

№17. Вычислите
$$\frac{(1\frac{13}{20}-1,5) \cdot (\frac{5}{3}-1,5)}{(2,44+1\frac{14}{25}) \cdot 0,0625}.$$

- 1) 0,1; 2) 0,2; 3) 0,099; 4) 0,199; 5) 0,05.

№18. Найдите сумму целых решений неравенства

$$(1-x)^2(x-2)(x+4)^2 \geq 0.$$

№19. Найдите сумму корней уравнения $x^2 - 7x - \frac{8|x|}{x} = 0$.

№20. Площадь выпуклого четырехугольника $ABCD$ равна 14. Середины его сторон M, N, F, K последовательно соединены. Чему равна площадь четырехугольника $MNFK$?

№21. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны соответственно 4 и 3. Диагональ этого параллелепипеда равна $\sqrt{74}$. Найдите длину высоты данного параллелепипеда.

№22. Найдите все четырехзначные числа вида $\overline{3X2Y}$, которые делятся на 6. В ответ запишите их количество.

№23. Найдите сумму всех нечетных натуральных чисел, не превосходящих 200, которые при делении на 7 дают в остатке 4.

№24. Равнобокая трапеция описана около окружности. Боковая сторона трапеции делится точкой касания на отрезки 12 и 48. Найдите площадь трапеции.

№25. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения

$$\sqrt{x-1}+3\sqrt[3]{1-x}+4=0.$$

№26. Найдите число корней уравнения $\cos 3x \cdot \cos 2x - \sin x \cdot \sin 6x = \cos 7x$ на промежутке $[0^\circ; 180^\circ]$.

№27. Чему равна сумма корней уравнения $2^{-2x^2+1} - 12 \cdot 2^{-x^2} + 5 = 0$?

№28. Из одной точки вне окружности проведены касательная и секущая к этой окружности. Касательная больше внутреннего и внешнего отрезков секущей соответственно на 2 и 4. Найдите длину секущей.

№29. В правильной четырехугольной пирамиде тангенс угла между апофемами двух противоположных граней равен $2\sqrt{2}$. Найдите величину (в градусах) плоского угла при вершине грани пирамиды.

№30. Из сосуда, наполненного кислотой, вылили несколько литров и долили водой; потом опять вылили столько же литров смеси, и в сосуде осталось 24 л чистой кислоты. Емкость сосуда 54 л. Сколько кислоты вылили во второй раз?

ЗАНЯТИЕ 15

№1. Найдите наибольший общий делитель чисел 475, 570, 741.

№2. Найдите значение выражения $\frac{0,6 + \frac{1}{4} + \frac{1}{15} + 0,125}{\frac{1}{3} + 0,4 + \frac{4}{15}} \cdot 24$.

№3. Найдите значение выражения $\frac{\cos 31^\circ + \cos 89^\circ + 1}{-\cos^2 14^\circ 30'}$.

№4. Найдите произведение корней уравнения

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 7} = (2x - 1)(x - 1).$$

№5. Если в правильной четырехугольной пирамиде высота равна 10, а площадь диагонального сечения равна 12, то ее объем равен:

- 1) 6; 2) 4,8; 3) $9\sqrt{2}$; 4) 19,2; 5) 9,6.

№6. Длины катетов прямоугольного треугольника равны 3 и 6. Длина биссектрисы, проведенной из вершины прямого угла, равна:

- 1) 4; 2) $3\sqrt{2}$; 3) $2\sqrt{2}$; 4) $2\sqrt{3}$; 5) 3,75.

№7. Чему равно число целых значений аргумента в области определения функции $y = \sqrt{\frac{\sqrt{x-5}}{14x - x^2 - 48}}$?

№8. Один турист вышел в 6 ч, а второй – навстречу ему в 7 ч. Они встретились в 8 ч и, не останавливаясь, продолжили путь. Сколько времени затратил каждый из них на весь путь, если первый пришел в то место, из которого вышел второй, на 28 минут позже, чем второй пришел в то место, откуда вышел первый? Считается, что каждый шел без остановок с постоянной скоростью. В ответ запишите время (в минутах) первого туриста.

№9. Найдите наименьшее общее кратное чисел 156, 195, 3900.

№10. Если в кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ диагональ основания $AC = 16\sqrt{2}$, то расстояние между ребрами AA_1 и $B_1 C_1$ равно:

- 1) $6\sqrt{2}$; 2) 8; 3) 8,2; 4) 16; 5) $8\sqrt{2}$.

№11. Какое двузначное число в 4 раза больше суммы своих цифр и в 3 раза больше произведения цифр?

№12. Чему равна площадь равнобедренной трапеции с диагональю 13 и средней линией 5?

№13. Найдите произведение корней уравнения

$$(x^2 + 5)^2 - 7(x^2 + 5)(x^2 + 2) + 10(x^2 + 2)^2 = 0.$$

№14. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения

$$\frac{6}{4+\sqrt{3x-1}}+2=\frac{3}{\sqrt{3x-1}-1}.$$

- 1) $5/3$; 2) $293/12$; 3) $12,5$; 4) $313/12$; 5) 1 .

№15. Чему равно число целых решений неравенства $\frac{x^3+3x^2-x-3}{x^2+x-6} \leq 0$, удовлетворяющих неравенству $|x+1| \leq 3$?

№16. Диагонали AC, BD четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOB, COD равны соответственно 3 и 4, а площадь треугольника BOC втрое больше площади треугольника COD . Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.

№17. Решите систему:
$$\begin{cases} x+y+z=3, \\ xy+yz+zx=-1, \\ xyz=-3. \end{cases}$$

В ответ запишите количество найденных решений системы, умноженное на наименьшее значение z .

№18. Два бегуна стартовали один за другим с интервалом 1 мин. Второй бегун догнал первого на расстоянии 1 км от точки старта, а пробежав от точки старта 4,5 км, он повернул обратно и встретился с первым бегуном. Эта встреча произошла через 16 минут после старта первого бегуна. Найдите скорость (км/ч) второго бегуна.

№19. Вычислите $\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} + 1$.

№20. Рабочий по плану должен был сделать 60 деталей. Сколько деталей нужно сделать рабочему, чтобы план был невыполнен на 10%?

№21. Найдите наименьший рациональный корень уравнения

$$(x^2+10x)^2-3(x+5)^2=33.$$

№22. Основание равнобедренного треугольника равно 15. Высота, опущенная на боковую сторону, равна 12. Найдите площадь треугольника.

№23. Вычислите $\frac{21a^2-3ab-3b^2}{4a^2+b^2}$, если $\frac{12a+2b}{2a+5b}=2$.

№24. Боковые ребра правильной треугольной пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 60° . Если высота пирамиды равна $4\sqrt{3}$, то площадь ее боковой поверхности равна:

- 1) $48\sqrt{3}$; 2) $18\sqrt{6}$; 3) $18\sqrt{13}$; 4) $12\sqrt{39}$; 5) $36\sqrt{3}$.

№25. Решите систему
$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 21, \\ 2x - y = 7. \end{cases}$$

В ответ запишите значение $x+y$.

№26. Сколько целых решений неравенства $\frac{2-x}{x^3+x^2} \geq \frac{1-2x}{x^3-3x^2}$ удовлетворяют неравенству $|x| \leq 4$?

№27. В равнобедренную трапецию вписана окружность. Найдите острый угол трапеции, если точка касания делит боковую сторону на отрезки, отношение длин которых равно 3 : 1.

№28. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения $\sqrt{x+3} - 4\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x-1} = 7$.

№29. Найдите сумму (в градусах) корней уравнения

$\sin 2x + 3 \sin x - 3 \cos x = 3$, лежащих на отрезке $[0^\circ; 180^\circ]$.

№30. В треугольнике с вершинами $A(14; -13)$, $B(16; -14)$, $C(17; -17)$ найдите угол (в градусах) при вершине B .

ЗАНЯТИЕ №16

№1. Найдите наибольшее значение выражения $1 + \sqrt{\sin^2 \alpha} + 2 \cos^2 \alpha$.

1) 2; 2) 49/16; 3) 25/8; 4) 5/8; 5) 7/2.

№2. Общая хорда пересекающихся окружностей видна из центров под углами 90° и 120° . Найдите расстояние между центрами окружностей, лежащими по одну сторону от хорды, если её длина равна $\frac{3+\sqrt{3}}{4}$.

1) 0,15; 2) 2,5; 3) 0,25; 4) 0,75; 5) 1,5.

№3. Найдите $x_0^2 + y_0^2$, если $(x_0; y_0)$ – решение системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{4}{2x+y-1} + \frac{3}{x+2y-3} = 4,75, \\ \frac{3}{2x+y-1} - \frac{2}{x+2y-3} = 2,5. \end{cases}$$

№4. Найдите наименьшее целое решение уравнения

$$|x + \sqrt{x+2}| = |1 + 2x + \sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}| - |\sqrt{x+3} + x + 1|.$$

№5. Найдите наибольшее целое решение неравенства $\frac{2^{-x}}{1-2^{1-x}} + 2^x < 0$.

№6. В конусе плоскость сечения, параллельного основанию, делит высоту в отношении 3 : 5, считая от вершины. Найдите площадь основания конуса, если площадь сечения равна 153.

№7. В параллелограмме острый угол равен 60° . Если отношение квадратов диагоналей равно $\frac{1}{3}$, то отношение длин смежных сторон равно...

№8. Найдите число различных корней уравнения

$$\log_3(3 \sin x - \cos x) + \log_3 \cos x = 0, \text{ содержащихся в промежутке } [0; 2\pi].$$

№9. Чему равны 15% числа $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)$?

1) 0,15; 2) 0,12; 3) 0,25; 4) 0,5; 5) 0,3.

№10. Один из углов, образованных при пересечении двух прямых, в 4 раза больше другого. Найдите градусную меру большего угла.

№11. Найдите x из пропорции $\frac{12\frac{5}{7} + 25\frac{24}{35}}{x} = \frac{192}{0,9:10,8}$.

1) 60; 2) 30; 3) 1/60; 4) 1/30; 5) 40.

№12. Найдите сумму корней уравнения $(2x-6)\sqrt{x^2-6x+8}=0$.

№13. Упростите выражение $\frac{1+\cos 2\alpha}{2\cos\alpha} \cdot \frac{\sin 2\alpha}{\sin\alpha} + 2\sin^2\alpha$.

№14. Одна из сторон параллелограмма равна диагонали и равна 4. Найдите площадь параллелограмма, если вторая диагональ равна $\sqrt{34}$.

1) $\frac{3\sqrt{55}}{2}$; 2) $\frac{3\sqrt{46}}{4}$; 3) $\frac{3\sqrt{55}}{2}$; 4) $\frac{3\sqrt{55}}{4}$; 5) $\frac{3\sqrt{71}}{2}$.

№15. Найдите сумму корней уравнения $2^{x^2-3} \cdot 5^{x^2-3} = \frac{(10^{x-1})^3}{100}$.

№16. Основанием пирамиды $MABC$ объемом 1 служит правильный треугольник ABC , а ребро MA перпендикулярно AB и AC . Найдите длину ребра основания, если грань MBC наклонена к основанию под углом 45° .

№17. Найдите сумму корней уравнения $6\left(\frac{x+4}{x+3}\right)^2 + 5\left(\frac{x-4}{x-3}\right)^2 = 11 \frac{x^2-16}{x^2-9}$.

№18. Найдите среднее арифметическое корней уравнения

$$(x-5)(x-7)(x-9) \log_{\lg(19-2x)}(x-2) = 0.$$

№19. Функция $f(x)$ задана формулой $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$. Найдите сумму всех значений $y \in [0; 180^\circ]$, являющихся корнями уравнения $f(\sin y) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

№20. Из точки A , взятой на окружности, проведены диаметр $AB=10$ и хорда AC . Из точки B проведены к хорде перпендикуляр, длиной 6, и касательная, пересекающая продолжение хорды в точке D . Найдите длину касательной. В ответ запишите удвоенное значение длины касательной.

№21. Вычислите $\sqrt{5} \sin\left(\arctg\left(\frac{-1}{2}\right)\right)$.

№22. Найдите количество целых корней уравнения

$$|x^2 - 3x - 10| + |x^2 - 7x + 10| = 20 - 4x.$$

№23. Основание пирамиды – прямоугольник. Она боковая грань пирамиды перпендикулярна плоскости основания, а остальные наклонены к плоскости основания под углом 60° . Вычислите объем пирамиды, если ее высота равна 3.

№24. Найдите наибольший корень уравнения (в градусах)

$$\cos 3x \cdot \cos 2x - \sin x \cdot \sin 6x = \cos 7x \text{ на отрезке } [0; \pi].$$

№25. В бассейн проведены четыре трубы. Когда открыты первая, вторая и третья трубы, бассейн наполняется за 12 минут; когда открыты первая, третья и четвертая трубы – за 20 минут. За какое время (в минутах) наполнится бассейн, если открыты все четыре трубы?

№26. Вычислите $(2+\sqrt{5})\sqrt{9-4\sqrt{5}}$.

№27. Найдите значение выражения $\sqrt[6]{182,7^3 + 9 \cdot 1827 \cdot 1173 + 117,3^3}$.

1) $\sqrt{3}$; 2) $10\sqrt{3}$; 3) 3; 4) 30; 5) 100.

№28. Найдите число, обратное значению выражения $(1\frac{2}{3})^8 \cdot (\frac{5}{3})^{-7} \cdot 0,6^4$.

1) 27/125; 2) 125/127; 3) 35/27; 4) 27/25; 5) 1.

№29. Объем пирамиды равен 64. Найдите ребро равновеликого ей куба.

№30. Найдите наибольшее целое значение из области определения функции $y = \lg(\frac{1}{x+5} - \frac{2}{x+2})$.

Ответы:

1	3	11	3	21	-1
2	3	12	6	22	6
3	17	13	2	23	6
4	-2	14	1	24	180
5	-1	15	3	25	10
6	1088	16	2	26	1
7	1	17	-11	27	2
8	2	18	5	28	2
9	1	19	180	29	4
10	144	20	15	30	-3

ЗАНЯТИЕ №17

№1 (A15). Отношение радиуса окружности, вписанной в треугольник с вершинами $A(3;5), B(3;0), C(15;0)$, к радиусу окружности, описанной около него равно: 1) $5/13$; 2) $4/13$; 3) $5/12$; 4) $1/3$; 5) $6/13$.

№2 (A18). В равнобедренном треугольнике ABC основание $AB=6$, а боковая сторона $BC=5$. Отрезок OK перпендикулярен плоскости треугольника, а точка O – центр вписанной в данный треугольник окружности. Вычислите площадь треугольника AKB , если $OK=2$.

1) $15/2$; 2) $5\sqrt{6}$; 3) 12 ; 4) $5\sqrt{5}$; 5) 10 .

№3 (B4). В треугольнике ABC проведена биссектриса BM , точка K – точка касания вписанной окружности со стороной BC . $KM \parallel AB$. Найдите сторону AB , если $BC=12, AC=17$.

№4 (A18). Основание пирамиды – ромб с углом 30° . Боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 60° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если радиус вписанной в ромб окружности равен $\sqrt{3}$.

1) 48 ; 2) 24 ; 3) $48\sqrt{3}$; 4) 12 ; 5) $24\sqrt{3}$.

№5 (B5). В трапеции $ABCD$ точка M лежит на боковой стороне AB , O – точка пересечения диагонали BD и отрезка CM . Найдите площадь треугольника COD , если $AM=MB, CO=4MO$, а площадь треугольника BOM равна 1 .

№6 (A12). В треугольнике ABC биссектрисы AA_1 и CC_1 пересекаются в точке O , $AO=6\sqrt{3}, \angle BAC=120^\circ$. Найдите радиус вписанной в треугольник окружности.

1) 9 ; 2) 18 ; 3) 6 ; 4) $3\sqrt{3}$; 5) $6\sqrt{3}$.

№7 (B8). Сторона правильного многоугольника $A_1A_2\dots A_n$ равна 8 , а его угол в 9 раз больше угла A_1OA_2 , где O – центр описанной около многоугольника окружности. Найдите периметр многоугольника.

№8 (B4). На сторонах AB, AD прямоугольника $ABCD$ взяты точки E, F соответственно так, что $AE=BE, AF:FD=3:2$. Отрезки DE, BF пересекаются в точке O . Найдите площадь треугольника DOF , если площадь треугольника BOE равна 15 .

№9 (B10). Из вершины тупого угла A треугольника ABC опущена высота AD . Через точки A, D проведена окружность с диаметром равным AD , пересекающая стороны треугольника AB и AC в точках M, N соответственно. Вычислите длину стороны AC , если заданы длины отрезков $AB=12, AM=4, AN=6$.

№10 (A18). Окружность, построенная на стороне AC треугольника ABC как на диаметре, проходит через середину стороны BC и пересекает сторону AB в точке D так, что $AD=\frac{AB}{3}$. Найдите площадь треугольника ABC , если $AC=1$.

1) $\frac{\sqrt{2}}{6}$; 2) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$; 3) $\frac{\sqrt{2}}{3}$; 4) $\frac{1}{3}$; 5) 1 .

№11 (A2). Укажите количество целых значений x , которые удовлетворяют неравенству $|x|x+1|\leq\pi$.

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

№12 (B5). Найдите сумму наибольшего целого отрицательного и наименьшего целого положительного решений неравенства
$$\frac{(|x+3|-1)(4-2^{2x-1})(x^2+\sqrt[3]{x})}{\log_2(-x+x^2+1)}<0.$$

№13 (B10). Найдите сумму наибольшего целого отрицательного и наибольшего целого положительного решений неравенства $|x^2+3x-9|-|x^2-3x-9|<0.$

№14 (B4). Найдите сумму всех целых решений неравенства

$$\frac{x+5}{x^2-3x+2}\cdot\frac{x^2-4x+3}{2-x}\geq 0.$$

№15 (B6). Решите неравенство $\frac{(4x-3|3x-2|+19)(x+1)}{(x-5)^2}\leq 0.$ В ответ запишите

произведение наименьшего целого положительного решения на количество целых отрицательных решений неравенства.

№16 (A10). Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$(x^2-2x-3)^2\leq(x^2-3x)^2.$$

1) 0; 2) -1; 3) -2; 4) 3; 5) -3.

№17 (B11). Найдите количество целых решений неравенства

$$|3x+1|+2+\frac{3}{|3x+1|-2}\leq\frac{1}{|3x+1|+2}.$$

№18 (B9). Решите неравенство $x^2+2x\leq\frac{2x}{x+1}.$ В ответ запишите количество целых решений неравенства.

№19 (A14). Найдите сумму целых решений (решение, если оно единственное) системы неравенств
$$\begin{cases} -(2-x)^2+5x\leq(2-x)(2+x)-5x, \\ |x-1|\geq 1, \\ (1-\sqrt{2})x\leq 2. \end{cases}$$

1) -6; 2) -7; 3) 0; 4) -10; 5) -11.

№20 (B5). Найдите количество целых решений неравенства

$$(8x+7)^2(4x+3)(2x+2)<9.$$

Дополнительные задачи:

№21. Найдите сумму всех целых решений неравенства $\sqrt{\log_{\frac{x}{9}}\sqrt{\frac{x}{3}}}\cdot\log_3\frac{x}{9}\geq-1,$ которые принадлежат интервалу $(-100;20).$

№22. Через сторону нижнего основания и середину противолежащего бокового ребра правильной треугольной призмы провели сечение под углом 45° к плоскости основания. Найдите объем призмы, если площадь сечения равна $16\sqrt{6}.$

№23. В треугольнике ABC центры описанной и вписанной окружностей симметричны относительно прямой $AB.$ Найдите градусные меры углов

треугольника ABC и укажите в ответе разность между наибольшим и наименьшим углами.

ЗАНЯТИЕ №18

№1. Найдите сумму целых чисел, НЕ являющихся решениями неравенства $\frac{(x+1)^2(x^2-9)}{(x+5)(x+3)} \geq 0$.

№2. Найдите объем прямого параллелепипеда, если его высота равна $\sqrt{3}$, диагонали составляют с основанием углы, равные 45° и 60° , а основание есть ромб.

1) $3/2$; 2) 3 ; 3) $3\sqrt{3}$; 4) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$; 5) $\sqrt{3}$.

№3. Биссектриса острого угла равнобедренной трапеции делит боковую сторону длиной 5 в отношении 10:3, считая от большего основания. Найдите площадь трапеции, если меньшее основание равно 2.

№4. Найдите $|a|$, если известно, что сумма квадратов корней уравнения $x^2+ax+3=0$ равна 19.

№5. Найдите сумму корней уравнения $\sqrt{x^2-1}=(x+5)\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$.

№6. Найдите значение выражения $6 \operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg} \frac{2}{3}-2 \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

№7. Найдите сумму корней уравнения $2\sqrt{x} \cdot 4^x + 5 \cdot 2^{x+1} + 2\sqrt{x} = 2^{2x+2} + 5\sqrt{x} \cdot 2^x + 4$.

№8. В тетраэдре $ABCD$ ребра AC, BC, DC попарно перпендикулярны. Точка M лежит в плоскости ABC и одинаково удалена от ребер AB, BC, CD . Точка N лежит в плоскости BCD и одинаково удалена от тех же ребер. Найдите квадрат длины отрезка MN , если $BC=CD=\sqrt{3}, AC=3$.

№9. Найдите наибольшее целое решение неравенства $\frac{\log_3^2(1-x)}{x^2-3} \geq 0$.

№10. В прямоугольном треугольнике из вершины прямого угла проведена высота к гипотенузе. В полученные треугольники вписаны окружности, радиусы которых равны соответственно 5 и 12. Найдите радиус окружности, вписанной в исходный треугольник.

№11. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 110 км, с постоянной скоростью выезжает автобус. Через 30 минут за ним со скоростью 60 км/ч выезжает мотоциклист, который, догнав автобус, возвращается обратно в пункт A с прежней скоростью. Найдите наибольшее целое значение скорости, при котором автобус прибывает в пункт B раньше, чем мотоциклист возвращается в пункт A .

№12. Для каждой пары целых положительных чисел, удовлетворяющих уравнению $x^2 - 2xy + 2y^2 - 6y = 8$, вычислите сумму $x + y$. В ответ запишите наибольшую из этих сумм.

№13. Найдите сумму целых решений неравенства $(x-2)(x^2+2) > 0$ на интервале $[-3; 5]$.

№14. Найдите остаток от деления многочлена $5x^3 + 2x^2 - 3x + 4$ на $x - 1$.

№15. Вычислите
$$\frac{3^{-1} \cdot 3^0 + 15 \cdot \left(1 \frac{1}{2}\right)^{-2}}{4 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}}.$$

№16. Найдите число, если 45% его составляют $\left(2 \frac{7}{36} \cdot 3 - 3 \frac{17}{36}\right) : 2,8 + 1 \frac{7}{54} \cdot 3$.

№17. Найдите сумму действительных корней уравнения

$$(x^2 + 9x + 18)(x^2 + 9x + 20) = 3.$$

№18. Вычислите $\log_{12} 18 \cdot \log_{24} 54 + 5(\log_{12} 18 - \log_{24} 54)$.

№19. В трапеции длины оснований равны 5 и 15, а длины диагоналей – 12 и 16. Найдите площадь трапеции.

№20. Найдите объем параллелепипеда, если его основание имеет стороны $\sqrt{8}$ и 5, угол между ними 45° , а боковое ребро имеет длину $\sqrt{3}$ и образует с плоскостью основания угол 60° .

№21. Сколько килограммов сухарей влажностью 15% можно получить из 225 кг хлеба влажностью 45%?

№22. Решите уравнение $\cos x \sqrt{3 - \operatorname{tg} x} = \sin x \sqrt{1 - \operatorname{ctg} x}$ и найдите сумму корней, если $x \in [-2\pi; 2\pi]$.

1) 0; 2) $\frac{4\pi}{3}$; 3) $\frac{-2\pi}{3}$; 4) 2π ; 5) $\frac{-\pi}{3}$.

№23. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной усеченной пирамиды, стороны оснований которой равны 14 и 4, а угол между боковой гранью и основанием равен 30° .

№24. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения
$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 2} = \frac{7}{6} - \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 3}.$$

№25. Найдите сумму корней уравнения $\sqrt[3]{2-x} = 1 - \sqrt{x-1}$.

№26. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения $(\sqrt{4-\sqrt{15}})^x + (\sqrt{4+\sqrt{15}})^x = (2\sqrt{2})^x.$

№27. Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$\log_2(2-3x) > 4x+1.$$

№28. В пирамиде сечение, параллельное основанию, делит высоту в отношении 2:3 (от вершины к основанию). Найдите площадь сечения, зная, что оно меньше площади основания на 84.

№29. Вычислите $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta$, где α, β – острые углы прямоугольного треугольника.

№30. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, если площадь его полной поверхности равна 90, а осевым сечением является квадрат.

Ответы:

1	-11	11	27	21	165
2	1	12	15	22	3
3	18	13	12	23	90
4	5	14	8	24	-2
5	-3	15	7	25	13
6	-9	16	10	26	2
7	5	17	-9	27	-1
8	7	18	1	28	16
9	0	19	96	29	1
10	13	20	15	30	60

ЗАНЯТИЕ №19

№1 (B7). Вычислите сумму корней уравнения

$$(\cos x - \sin x)^2 = \frac{3\sqrt{3}-3}{2\sqrt{3}}(1 - \sin^2 2x) \text{ в градусах на промежутке } [0^\circ; 180^\circ].$$

№2 (A16). Найдите множество значений функции:

$$f(x) = 3 \sin^2 2x + 6 \sin 2x \cos 2x - 5 \cos^2 2x.$$

№3 (B5). Решите уравнение $1 + 2|\sin x| = 2 \cos 2x$ и найдите количество корней на $[0; 2\pi]$.

№4 (A5). Найдите радианную меру большего острого угла прямоугольного треугольника, величины острых углов которого относятся как 1:6.

№5 (A13). Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{3} + \operatorname{tg} \frac{11\pi}{12}}{1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{12}}.$

№6 (B11). Найдите среднее арифметическое корней (в градусах) уравнения

$$|\sqrt{\pi^2 - x^2} - 10| + \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{\pi^2 - x^2} = 11 - \sin x \cos x.$$

№7 (B4). Найдите значение выражения $\frac{\sin 2x - \sin 3x + \sin 4x}{\cos 2x - \cos 3x + \cos 4x}$ при $x = 15^\circ$.

№8 (B8). Решите уравнение $\cos(5\pi x) - \sin(5\pi x) = \sin(7\pi x) - \cos(7\pi x)$ и укажите число корней, принадлежащих отрезку $[-0,5; 0,5]$.

№9 (A16). Вычислите $\operatorname{tg}\left(\arccos\left(\frac{-8}{17}\right)\right).$

№10 (B8). Найдите x_0 – меньший корень уравнения

$$\sqrt{25 + 4x^2} - 12x + \cos^2 \frac{5\pi x}{3} = 4 \text{ и укажите в ответе } 4x_0.$$

№11 (B4). Найдите сумму всех чётных натуральных чисел, не превосходящих 1000 и не кратных пяти.

№12 (B5). Расстояние между двумя пунктами автомобиль должен был проехать за 4 часа. Первые 2 часа он ехал с намеченной скоростью, а затем снизил её на 10 км/ч, поэтому в конечный пункт приехал на 20 минут позже, чем предполагал. Найдите первоначальную скорость автомобиля.

№13 (B8). В саду растёт больше 80, но меньше 100 деревьев. Третья часть из них – яблони, восьмая часть – груши. Сколько деревьев растёт в саду?

№14 (A7). В коробке лежат 20 карандашей – красных, синих и зелёных. Красных карандашей в 9 раз больше, чем синих. Сколько в коробке зелёных карандашей?

№15 (A12). Путешественник в первый день прошёл 20% всего пути и ещё 2 км. Во второй – прошёл 50% остатка и ещё 1 км. В третий день – 25% оставшегося пути и ещё 3 км. Остальные 18 км пути он прошёл в четвёртый день. Какова длина пути, пройденного путешественником?

№16 (A17). Из пункта А по прямолинейной дороге выехал автомобиль, а через некоторое время следом за ним – мотоциклист. Догнав автомобиль, мотоциклист повернул обратно и прибыл в пункт А в момент, когда автомобиль находился на расстоянии в три раза большем от А, нежели в момент выезда мотоциклиста. Во сколько раз скорость мотоциклиста больше, чем скорость автомобиля?

№17 (B3). Какое максимальное число суббот может быть в году?

№18 (B3). Для перевозки 90 т груза затребовали некоторое количество одинаковых грузовиков. В связи с тем, что каждую машину погрузили на 0,75 т меньше, дополнительно было затребовано ещё 4 грузовика по сравнению с первоначальной заявкой. Найдите, на сколько процентов увеличилось число грузовиков по сравнению с первоначальной заявкой.

№19 (B6). Пассажир метро спускается вниз по движущемуся эскалатору за 24 секунды. Если пассажир идёт с той же скоростью, но по неподвижному эскалатору, то он спускается за 42 секунды. За сколько секунд он спустится, стоя на ступеньках движущегося эскалатора?

№20 (B11). Два мотоциклиста выехали одновременно из одного пункта и едут в одном направлении. Первый мотоциклист едет со скоростью 52 км/ч, а скорость второго на 8 км/ч больше скорости первого. Через 30 минут из того же пункта в том же направлении выехал третий мотоциклист, который обогнал второго на 4 ч позже, чем первого. Найдите скорость (в км/ч) третьего мотоциклиста.

ЗАНЯТИЕ №20

№1. Найдите площадь равнобокой трапеции, у которой длины оснований 6 и 10, а диагонали взаимно перпендикулярны.

№2. Найдите наименьшее целое решение неравенства $\frac{4-7 \cdot 5^x}{5^{2x+1}-12 \cdot 5^x+4} \leq \frac{2}{3}$.

№3. Найдите число целых значений из области определения функции $y = \sqrt{x(2-x)} \lg(x-1)$.

№4. Найдите наибольший корень (в градусах) уравнения

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \text{ на отрезке } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right].$$

№5. Найдите сумму целых решений неравенства $\|3x+1\| + x+1 \leq 2$.

№6. Свежие фрукты содержат 72% воды, сухие – 20%. Сколько сухих фруктов получится из 20 кг свежих?

№7. Найдите сумму целых решений неравенства $(x-1)\sqrt{-x^2+x+6} \geq 0$.

№8. Основанием пирамиды служит треугольник со сторонами 13, 14, 15. Боковые грани пирамиды образуют с ее основанием равные двугранные углы по 45° . Найдите объем пирамиды.

№9. Два внешних угла треугольника равны 100° и 150° . Найдите третий внешний угол (в градусах).

№10. Вычислите $\sqrt[3]{27} - \sqrt{64 \cdot 0,25} - 5^0$.

№11. Из 2001\$, заработанных двумя фирмами, первой досталось на 30% больше, чем второй. На сколько долларов больше получила первая фирма?

№12. Найдите корень уравнения $\left(\left(\frac{6}{25} - 0,8\right) \cdot 0,5 + 3,57 : \frac{7}{2}\right) \cdot x = 1,48$.

№13. Найдите сумму корней уравнения $|x^2 + 4x + 2| = \frac{5x+16}{3}$.

№14. Найдите сумму всех двузначных положительных четных чисел, которые делятся нацело на 3.

№15. Значение выражения $\frac{\log_2 8}{6 + \log_4 2} - 27 \log_4 1 + \log_2^2 8$ равно:

1) 9,5; 2) 18,5; 3) 27,5; 4) 20; 5) другой ответ.

№16. Середины последовательных сторон прямоугольника, диагональ которого равна 10, соединены отрезками прямых. Найдите периметр образовавшегося четырехугольника.

№17. Решите уравнение $(3x+1)^2 + x(x+4) = 16$. В ответ запишите произведение корней.

1) 1,6; 2) 1,7; 3) -1,5; 4) 1; 5) 3,1.

№18. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 30° . Найдите отношение площади круга, описанного около этого треугольника, к площади вписанного в него круга.

1) 4; 2) 2; 3) $28+16\sqrt{3}$; 4) 5; 5) $\frac{28+16\sqrt{3}}{3}$.

№19. В равнобедренную трапецию вписана окружность радиуса 6, точка касания делит боковую сторону на отрезки, разность между которыми равна 5. Найдите длину средней линии трапеции.

№20. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6, двугранный угол при основании равен 45° . Найдите объем пирамиды.

№21. Найдите (в градусах) наибольшее целое решение уравнения

$$\operatorname{tg} x = \frac{-\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}, \text{ удовлетворяющее условию } 90^\circ < x < 270^\circ.$$

№22. Найдите количество целых чисел из области значений функции

$$y = \sqrt{\frac{1}{25} - \frac{2x}{5} + x^2} - \sqrt{x^2 - 4x + 4}, \text{ которые она принимает на отрезке } [-5; 5].$$

№23. Смешали два спирта разной крепости и получили 10 ведер 79%-го спирта. Сколько взято того и другого спирта, если первый имеет крепость 85%, а число градусов, выражающее крепость второго, на 66 больше числа ведер второго спирта. В ответ запишите число ведер второго спирта.

№24. В правильной усеченной шестигранной пирамиде стороны оснований 3 и 4, высота – 7. Найдите радиус описанного шара.

№25. Найдите сумму целых решений неравенства $5^{x+2} \leq \frac{1}{25}$ на отрезке $[-5; 2]$.

№26. Из точки, лежащей вне плоскости α , проведена к этой плоскости наклонная, образующая с плоскостью угол величиной 45° . Если длина проекции этой наклонной равна 5, то длина самой наклонной равна:

1) 5; 2) $5\sqrt{2}$; 3) 10; 4) $5\sqrt{3}$; 5) $10\sqrt{3}$.

№27. Найдите больший корень уравнения $x^2 + 3x - 18 + 4\sqrt{x^2 + 3x - 6} = 0$.

№28. Вычислите 20% числа $11 + \left(6,72 : \frac{3}{5} + \frac{9}{8} : 1\frac{1}{4}\right) : 1,21$.

1) 2; 2) 1; 3) 0,25; 4) 21; 5) 4,2.

№29. В равнобедренном прямоугольном треугольнике каждая из медиан, проведенных к катетам, имеет длину 5. Найдите площадь треугольника.

№30. Вычислите $\frac{\sin 43^\circ + \sin 17^\circ}{2\cos 13^\circ + 3\sin 77^\circ}$.

1) $\frac{-1}{\cos 13^\circ}$; 2) $\operatorname{tg} 13^\circ$; 3) $\frac{1}{5}$; 4) $\frac{\sqrt{3}}{5}$; 5) $\frac{2}{5}$.

Ответы:

1	64	11	261	21	269
2	1	12	2	22	3
3	1	13	-1	23	4
4	135	14	810	24	5
5	-1	15	5	25	-9
6	7	16	20	26	2
7	4	17	3	27	2
8	112	18	5	28	5
9	110	19	13	29	10
10	-2	20	9	30	3

ЗАНЯТИЕ №21

№1 (A15). Отношение радиуса окружности, вписанной в треугольник с вершинами $A(3;5), B(3;0), C(15;0)$, к радиусу окружности, описанной около него равно: 1) $5/13$; 2) $4/13$; 3) $5/12$; 4) $1/3$; 5) $6/13$.

№2 (A18). В равнобедренном треугольнике ABC основание $AB=6$, а боковая сторона $BC=5$. Отрезок OK перпендикулярен плоскости треугольника, а точка O – центр вписанной в данный треугольник окружности. Вычислите площадь треугольника AKB , если $OK=2$.

1) $15/2$; 2) $5\sqrt{6}$; 3) 12 ; 4) $5\sqrt{5}$; 5) 10 .

№3 (B4). В треугольнике ABC проведена биссектриса BM , точка K – точка касания вписанной окружности со стороной BC . $KM \parallel AB$. Найдите сторону AB , если $BC=12, AC=17$.

№4 (A18). Основание пирамиды – ромб с углом 30° . Боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 60° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если радиус вписанной в ромб окружности равен $\sqrt{3}$.

1) 48 ; 2) 24 ; 3) $48\sqrt{3}$; 4) 12 ; 5) $24\sqrt{3}$.

№5 (B5). В трапеции $ABCD$ точка M лежит на боковой стороне AB , O – точка пересечения диагонали BD и отрезка CM . Найдите площадь треугольника COD , если $AM=MB, CO=4MO$, а площадь треугольника BOM равна 1 .

№6 (A12). В треугольнике ABC биссектрисы AA_1 и CC_1 пересекаются в точке O , $AO=6\sqrt{3}, \angle BAC=120^\circ$. Найдите радиус вписанной в треугольник окружности.

1) 9 ; 2) 18 ; 3) 6 ; 4) $3\sqrt{3}$; 5) $6\sqrt{3}$.

№7 (B8). Сторона правильного многоугольника $A_1A_2\dots A_n$ равна 8 , а его угол в 9 раз больше угла A_1OA_2 , где O – центр описанной около многоугольника окружности. Найдите периметр многоугольника.

№8 (B4). На сторонах AB, AD прямоугольника $ABCD$ взяты точки E, F соответственно так, что $AE=BE, AF:FD=3:2$. Отрезки DE, BF пересекаются в точке O . Найдите площадь треугольника DOF , если площадь треугольника BOE равна 15 .

№9 (B10). Из вершины тупого угла A треугольника ABC опущена высота AD . Через точки A, D проведена окружность с диаметром равным AD , пересекающая стороны треугольника AB и AC в точках M, N соответственно. Вычислите длину стороны AC , если заданы длины отрезков $AB=12, AM=4, AN=6$.

№10 (A18). Окружность, построенная на стороне AC треугольника ABC как на диаметре, проходит через середину стороны BC и пересекает сторону AB в точке D так, что $AD=\frac{AB}{3}$. Найдите площадь треугольника ABC , если $AC=1$.

1) $\frac{\sqrt{2}}{6}$; 2) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$; 3) $\frac{\sqrt{2}}{3}$; 4) $\frac{1}{3}$; 5) 1 .

№11 (A2). Укажите количество целых значений x , которые удовлетворяют неравенству $|x|x+1|\leq\pi$.

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

№12 (B5). Найдите сумму наибольшего целого отрицательного и наименьшего целого положительного решений неравенства
$$\frac{(|x+3|-1)(4-2^{2x-1})(x^2+\sqrt[3]{x})}{\log_2(-x+x^2+1)}<0.$$

№13 (B10). Найдите сумму наибольшего целого отрицательного и наибольшего целого положительного решений неравенства $|x^2+3x-9|-|x^2-3x-9|<0.$

№14 (B4). Найдите сумму всех целых решений неравенства

$$\frac{x+5}{x^2-3x+2}\cdot\frac{x^2-4x+3}{2-x}\geq 0.$$

№15 (B6). Решите неравенство $\frac{(4x-3|3x-2|+19)(x+1)}{(x-5)^2}\leq 0.$ В ответ запишите произведение наименьшего целого положительного решения на количество целых отрицательных решений неравенства.

№16 (A10). Найдите наибольшее целое решение неравенства $(x^2-2x-3)^2\leq(x^2-3x)^2.$

1) 0; 2) -1; 3) -2; 4) 3; 5) -3.

№17 (B11). Найдите количество целых решений неравенства

$$|3x+1|+2+\frac{3}{|3x+1|-2}\leq\frac{1}{|3x+1|+2}.$$

№18 (B9). Решите неравенство $x^2+2x\leq\frac{2x}{x+1}.$ В ответ запишите количество целых решений неравенства.

№19 (A14). Найдите сумму целых решений (решение, если оно единственное) системы неравенств
$$\begin{cases} -(2-x)^2+5x\leq(2-x)(2+x)-5x, \\ |x-1|\geq 1, \\ (1-\sqrt{2})x\leq 2. \end{cases}$$

1) -6; 2) -7; 3) 0; 4) -10; 5) -11.

№20 (B5). Найдите количество целых решений неравенства

$$(8x+7)^2(4x+3)(2x+2)<9.$$

ЗАНЯТИЕ №22

№1. В конусе плоскость сечения, параллельного основанию, делит высоту в отношении 3:5, считая от вершины. Найдите площадь основания конуса, если площадь сечения равна 153.

№2. Решите систему уравнений $\begin{cases} \sqrt{\frac{x+2}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x+2}} = \frac{3}{2}, \\ x - y = 4. \end{cases}$ В ответе укажите $x+y$.

№3. Решите неравенство $2^{2x+2} + 6^x - 2 \cdot 3^{2x+2} > 0$. В ответе укажите наибольшее целое решение.

№4. Найдите наименьшее целое решение (в градусах) уравнения

$$-\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} \text{ на промежутке } (90^\circ; 270^\circ).$$

№5. Из точки, взятой на окружности, проведены две взаимно перпендикулярные хорды. Отрезок, соединяющий середины этих хорд, равен 12. Найдите длину радиуса окружности.

№6. Высота основания правильной треугольной пирамиды равна 3, боковое ребро составляет с высотой пирамиды угол 30° . Найдите объем пирамиды.

№7. Найдите количество целых решений неравенства $(\sqrt{-x})^2 < 1$ на промежутке $(-5; 5)$.

№8. Вычислите 25% числа $\frac{\frac{7}{24} : 0,125 + 3,5}{\frac{2}{3} - 0,25}$

1) 3; 2) 3,5; 3) 0,5; 4) -3; 5) $-\frac{1}{3}$.

№9. Найдите сумму корней уравнения $3|x^2 - 6x + 7| = 5x - 9$.

№10. Вычислите $\log_3 \log_5 \sqrt[3]{\sqrt[3]{5}}$.

№11. Вычислите $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$.

№12. Вычислите $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} - 2 \cos \left(\frac{-\pi}{3} \right) + \cos 5\pi$.

№13. Дан прямоугольный треугольник, каждый катет которого равен 12. Найдите периметр прямоугольника, имеющего с треугольником общий угол и одна из вершин которого лежит на гипотенузе треугольника.

№14. Найдите наибольший корень уравнения $\frac{1}{x^2 - 9} + \frac{1}{x^2 + 6x + 9} = \frac{1}{x^2 - 6x + 9}$.

1) 11; 2) $6 + 3\sqrt{3}$; 3) $-6 + 3\sqrt{3}$; 4) $-6 + 3\sqrt{5}$; 5) $6 + 3\sqrt{5}$.

№15. Найдите значение выражения $x_0(x_0-1)$, если x_0 – корень уравнения $\sqrt{3x+4}+\sqrt{x-4}=2\sqrt{x}$.

№16. Найдите значение выражения $6\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arccctg}\frac{2}{3}-2\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

№17. Решите систему уравнений $\begin{cases} \sqrt{(x+1)^2}+2y=5, \\ 4y^2-x=8. \end{cases}$ В ответе укажите наибольшее значение x .

№18. Решите уравнение $2\cos 2x+1=2\cos^2 x$. В ответе укажите число корней, принадлежащих промежутку $(0;\pi)$.

№19. Найдите отрицательный корень уравнения $\sqrt{25-x^2}-\sqrt{13-x^2}=2$.

№20. Объем правильного тетраэдра составляет $18\sqrt{2}$. Найдите длину ребра.

№21. В 7 ч вечера зажгли две свечи одинаковой длины, но разных диаметров. Известно, что первая свеча сгорает за 6 ч, а вторая – за 5 ч. Через некоторое время их потушили, и оказалось, что первая свеча в 5 раз длиннее второй. За сколько минут до полуночи потушили свечи?

№22. Найдите сумму корней уравнения $\frac{x^2-4x-12}{x+2}=1$.

№23. Решите неравенство $5^{x-1}>25$. В ответе укажите значение x^2+1 , где x – наименьшее целое решение неравенства.

№24. Найдите корень уравнения $\left(\left(0,24-\frac{12}{15}\right)\cdot 0,5+3,57:3,5\right)\cdot x=1,48$.

№25. Упростите $\left(\frac{b}{a^2-ab}+\frac{a}{ab-b^2}\right):\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)$

1) a ; 2) ab ; 3) $\frac{ab}{a-b}$; 4) $\frac{a}{a-b}$; 5) $\frac{b}{a-b}$.

№26. Найдите объем пирамиды, высота которой равна 5, а основание – квадрат со стороной 3.

№27. Из точки, отстоящей от плоскости на расстоянии $5\sqrt{2}$, проведены две наклонные, образующие с плоскостью углы в 45° , а между собой угол 60° . Найдите расстояние между основаниями наклонных.

№28. Найдите результат упрощения выражения $\sqrt{28-10\sqrt{3}}+\sqrt{28+10\sqrt{3}}$.

№29. Найдите значение выражения

$$\frac{212,2^3-111,2^3}{101}-212,2\cdot 333,6-100^2-10^2-1.$$

№30. Найдите сумму всех натуральных чисел, больших 7 и не превосходящих 141, которые при делении на 7 дают в остатке 3.

Ответы:

1	1088	11	5	21	12
2	8	12	-3	22	7
3	-2	13	24	23	17
4	91	14	5	24	2
5	12	15	12	25	3
6	6	16	-9	26	15
7	1	17	8	27	10
8	2	18	2	28	10
9	9	19	-3	29	100
10	-2	20	6	30	1387

ЗАНЯТИЕ №23

№1 (A7). На координатной прямой находится точка B , координата которой обратна координате точки $A(-4)$. Найдите координату точки C , которая симметрична точке B относительно точки A .

- 1) 4; 2) 0,25; 3) 0; 4) -12; 5) -7,75.

№2 (A12). В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота BH к гипотенузе. Длина катета AB равна $\sqrt{15}$, проекция катета BC на гипотенузу равна 2. Найдите площадь прямоугольного треугольника ABC .

- 1) $5\sqrt{6}$; 2) $4\sqrt{3}$; 3) $8\sqrt{3}$; 4) $\frac{5\sqrt{6}}{2}$; 5) $8\sqrt{5}$.

№3 (A16). Прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4 вращается вокруг гипотенузы. Объем полученного тела вращения равен:

- 1) $\frac{144\pi}{5}$; 2) $\frac{48\pi}{5}$; 3) $\frac{169\pi}{5}$; 4) 16π ; 5) 9π .

№4 (A18). Укажите количество корней уравнения $\sin 3x + \cos 4x = 0$, принадлежащих промежутку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- 1) 2; 2) 4; 3) 6; 4) 8; 5) 10.

№5 (A20). Все боковые ребра пирамиды $SABC$ наклонены к плоскости основания под углом $\arctg \frac{7\sqrt{5}}{5}$. В основании призмы лежит равнобедренный треугольник ABC с боковой стороной 2 и углом при основании $\arccos \frac{3\sqrt{5}}{7}$.

Найдите объем пирамиды.

- 1) 2; 2) 4; 3) 8; 4) $4\sqrt{15}$; 5) 12.

№6 (B2). Выберите верные утверждения, если $\alpha = \frac{7\pi}{4}$. Ответ запишите цифрами без пробелов и знаков препинания. Порядок имеет значение, записывайте номера по возрастанию. Например: 2456.

- 1) $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 1$; 2) $\operatorname{tg} \alpha = -1$; 3) $\cos \alpha = -\sin \alpha$; 4) $\sin \alpha > 0$;
5) $\operatorname{ctg} \alpha > 0$; 6) $\cos \alpha > 0$; 7) $\sin \alpha = \frac{-1}{2}$.

№7 (B3). Два велосипедиста одновременно выезжают на круговой велотрек в одном направлении. Один догоняет другого каждые 18 минут. Известно, что первый велосипедист проезжает два круга на 72 секунды быстрее второго. Найдите, на сколько процентов скорость первого велосипедиста больше скорости второго.

№8 (B4). Прямая OB перпендикулярна плоскости равнобедренного треугольника ABC ($\angle A = 120^\circ$). Найдите расстояние от точки O до прямой AC , если сторона $AC = \frac{10\sqrt{3}}{3}$, а $OB = 12$.

№9 (B5). Найдите сумму корней уравнения $\sqrt[4]{x^4 + x^2} + |x|\sqrt{x^2 + 1} - 6 = 0$.

№10 (B6). В трапеции $ABCD$ диагональ $AC=5\sqrt{2}$ и меньшее основание $BC=\sqrt{10}$. Из вершины C проведена прямая $CH \parallel AB$ пересекающая AD в точке H , причем $CH=\sqrt{47}$. Найдите расстояние между точками B и H .

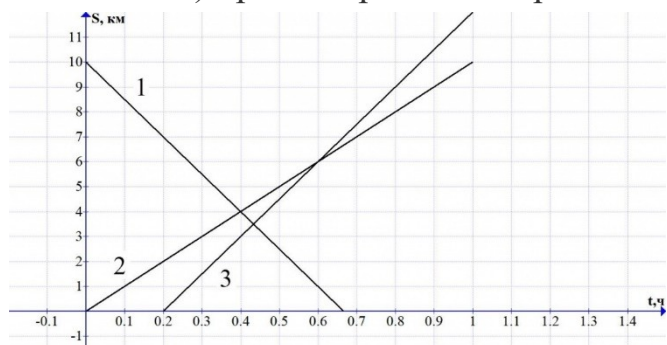
№11 (B9). $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - прямой параллелепипед. В основании лежит ромб с углом A равным 60° . Ребра параллелепипеда $AB=4$ и $CC_1=2$. Найдите угол φ между диагональю AC_1 и плоскостью BDC_1 , в ответе укажите $52 \sin^2 \varphi$.

№12 (B11). Найдите количество корней уравнения

$$|x^2 + |x| - 2| = 2x - 1 - x^2.$$

№13 (A6). Прямая задана уравнением $4x - 8y = 24$. Укажите номер верного утверждения:

- 1) прямая пересекает ось Ox в точке $A(6;0)$;
- 2) прямая пересекает ось Oy в точке $B(0;3)$;
- 3) прямая перпендикулярна оси Ox ;
- 4) прямая перпендикулярна оси Oy ;
- 5) прямая проходит через начало координат.



№14 (A8). Из двух пунктов одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Через некоторое время вслед за первым велосипедистом выехал третий велосипедист. На рисунке приведены графики движения всех велосипедистов. Определите, какое расстояние (в метрах) проехал первый велосипедист к тому моменту, когда второй и третий велосипедисты встретились. 1) 600; 2)

6000; 3) 4000; 4) 9000; 5) 400.

№15 (A16). Длины сторон основания прямоугольного параллелепипеда равны 3 и 4. Если диагональ параллелепипеда образует с основанием угол тангенс которого равен $\sqrt{11}$, то тангенс угла наклона этой диагонали к большей по площади боковой грани равен: 1) $\frac{1}{\sqrt{11}}$; 2) $\frac{1}{10}$; 3) $\frac{3}{\sqrt{291}}$; 4) $\frac{5\sqrt{11}}{4}$; 5) $\frac{2}{65}$.

№16 (B5). Найдите значение выражения $(\frac{2}{3-\sqrt{5}} - \frac{1}{3+\sqrt{5}}) \cdot \frac{4\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{3}$.

№17 (B7). Площадь ромба $ABCD$ равна 60. Точки M и N лежат на сторонах AD и CD , что $AM:MD=2:3$, $CN:ND=1:2$. Найдите площадь треугольника BMN .

№18 (B9). Функция $y=f(x)$ определена на множестве действительных чисел R , является четной, периодической с периодом $T=4$ и при $x \in [0;2]$ задается формулой $f(x)=x(\sqrt{x}+3)$. Найдите значение выражения $f(9)-f(-16)$.

№19 (B10). Найдите сумму количества корней уравнения и большего корня уравнения $2^{2x^2} - 2^{x^2+2x+2} = 2^{5+4x}$.

№20 (B12). В правильной треугольной пирамиде двугранный угол при основании пирамиды равен $\arctg 2$. Найдите угол (в градусах) наклона бокового ребра к плоскости основания.

ЗАНЯТИЕ №24

№1. В равнобедренную трапецию, верхнее (меньшее) основание которой равно 8, вписана окружность радиусом 8. Найдите площадь трапеции.

№2. Найдите абсциссу точки пересечения графиков функций $y = \sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}$ и $y = \sqrt{9x-1} + \sqrt{9x+2}$. В ответ запишите значение, увеличенное в 11 раз.

№3. Найдите число целых решений неравенства $\frac{1}{3^x+5} \leq \frac{1}{3^{x+1}-1}$.

№4. Найдите угол (в градусах) между скрещивающимися диагоналями двух смежных граней куба.

№5. Решите уравнение $(x^2 - 2x + 3)(y^2 + 6y + 12) = 6$. В ответ запишите сумму корней $x + y$.

№6. Основанием четырехугольной пирамиды $SABCD$ служит прямоугольник $ABCD$. Точка F лежит на ребре SC , причём $SF:SC = 2:3$. Если V_0 – объём пирамиды, а V – объём верхней части пирамиды, отсечённой плоскостью, проходящей через точки A, D, F , то значение $\frac{9V}{V_0}$ равно...

№7. Вычислите $\frac{1000}{3} \cdot (\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2$.

№8. Вычислите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = 0,8, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

1) 0,6; 2) -0,6; 3) 4/3; 4) 3/4; 5) 1/5.

№9. Вычислите 20% числа $\left(6,72 : \frac{3}{5} + 1 \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{5}\right) : 1,21 - 8$.

1) 4; 2) 0,2; 3) 2; 4) 0,4; 5) 40.

№10. Найдите сумму корней уравнения (в градусах) $\frac{\sin 4x}{\sin 6x} = 1$, принадлежащих промежутку $(0^\circ; 180^\circ)$.

№11. Найдите площадь прямоугольной трапеции, если величина её острого угла равна 60° , меньшее основание равно $\sqrt[4]{3}$ и большая боковая сторона равна $2\sqrt[4]{3}$.

1) 4,5; 2) 5,4; 3) 8; 4) 9,2; 5) 12,2.

№12. Решите систему уравнение $\begin{cases} y + 6\sqrt{xy} + 9x = 100, \\ \sqrt{y} - \sqrt{x} = 2. \end{cases}$ В ответе укажите разность $x - y$.

№13. Стороны треугольника равны 17 см, 25 см и 28 см. Найдите радиус полуокружности, вписанной в этот треугольник, если центр её находится на большей стороне треугольника.

№14. Найдите сумму корней уравнения (если корень, если он единственный)

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2x-3} = \sqrt[3]{12(x-1)}.$$

№15. Найдите количество целых чисел из области значений функции

$$y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{9 - 6x + x^2}, \text{ которые она принимает на отрезке } [0; 3].$$

№16. Найдите значение выражения $5 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{-3}{5}\right)\right)$.

№17. В равнобедренном треугольнике боковая сторона делится точкой касания со вписанной окружностью в отношении 8:5, считая от вершины, лежащей против основания. Найдите основание треугольника, если радиус вписанной окружности равен 10.

№18. В основании пирамиды лежит равносторонний треугольник со стороной, равной 2. Одна из боковых граней также равносторонний треугольник и перпендикулярна основанию. Найдите объём пирамиды.

№19. В сосуде было 10 л соляной кислоты. Отлили часть соляной кислоты и дополнили сосуд таким же количеством воды. Затем снова отлили такое же количество смеси и дополнили сосуд таким же количеством воды. Сколько литров отливали каждый раз, если в результате в сосуде оказался 64%-й раствор соляной кислоты?

№20. Вычислите 25% числа $\frac{\frac{7}{16} : 0,125 + 4,5}{\frac{1}{3} - 0,5}$.

№21. Найдите меньший корень уравнения $2^{x^2+10x} = 1$.

№22. В цистерне было 936 л бензина. Когда перекачали 12,5% этого бензина в пустую бочку, то она оказалась наполненной на 32,5% своего объёма. Найдите объём бочки (л).

№23. Упростите $\left(\frac{x}{xy-y^2} + \frac{y}{x^2-xy}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$.

$$1) 1; \quad 2) xy; \quad 3) \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}; \quad 4) \frac{x}{x-y}; \quad 5) \frac{y}{x-y}.$$

№24. Упростите выражение $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}$.

$$1) -2 \operatorname{tg} \alpha; \quad 2) -\operatorname{ctg} \alpha; \quad 3) \operatorname{tg} \alpha; \quad 4) \operatorname{ctg} \alpha; \quad 5) 2 \operatorname{ctg} \alpha.$$

№25. Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен $\sqrt{6}$. Прямая, параллельная стороне треугольника, делит высоту, проведенную к этой стороне, в отношении 3:5, считая от вершины. Длина отрезка этой прямой, заключенного между другими сторонами треугольника, равна:

- 1) $\frac{\sqrt{2}}{5}$; 2) $\frac{15\sqrt{2}}{8}$; 3) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$; 4) $\frac{9\sqrt{2}}{8}$; 5) $\frac{9\sqrt{2}}{5}$.

№26. Найдите сумму корней уравнения $\sqrt{x-1} \cdot (x^2+x-12)=0$.

№27. Найдите объем параллелепипеда, если длины его сторон 3 и 4, угол между ними 30° , а одна из диагоналей параллелепипеда имеет длину 6 и образует с плоскостью основания угол 30° .

№28. Найдите значение выражения $\frac{\log_2 4}{6+\log_4 8} + 27 \log_3 1 + \log_2^2 8$:

- 1) 9,5; 2) 18,5; 3) 27,5; 4) 20; 5) другой ответ.

№29. Упростите $\left(\frac{x^{0,5}}{\sqrt{y}-\sqrt{x}} - \frac{x^{0,5}-y^{0,5}}{\sqrt{y}}\right)^{-1} \cdot \frac{\sqrt{y^3}+\sqrt{x^3}}{y^{0,5}-x^{0,5}}$.

- 1) $y+\sqrt{xy}$; 2) $x-2$; 3) x ; 4) $\sqrt{xy}$; 5) $\sqrt{y}-\sqrt{x}$.

№30. Вычислите значение выражения x^3+3x , если $x=\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$.

Ответы:

1	320	11	1	21	-10
2	3	12	-12	22	360
3	2	13	10	23	3
4	60	14	4	24	4
5	-2	15	5	25	4
6	5	16	4	26	4
7	2000	17	30	27	18
8	3	18	1	28	5
9	4	19	2	29	1
10	360	20	-12	30	4

ЗАНЯТИЕ №25

№1 (A9). Дана правильная шестиугольная пирамида, у которой длина стороны основания равна $2\sqrt{3}$, а длина бокового ребра равна $2\sqrt{7}$. Найдите апофему пирамиды.
1) 5; 2) 4; 3) 3; 4) $\sqrt{3}$; 5) $\sqrt{7}$.

№2 (A11). Найдите сумму всех целых решений совокупности неравенств $\begin{cases} 3x+6>2x, \\ 3x-12>4x+2, \end{cases}$ принадлежащих промежутку $[-16; -4]$.

1) -46; 2) -40; 3) -20; 4) -15; 5) -32.

№3 (A15). Сумма всех натуральных решений неравенства $(x+18)(x^4-12x^2)<0$ равна: 1) 18; 2) 12; 3) 10; 4) 5; 5) 6.

№4 (A16). Дан треугольник ABC , у которого $AB=2, AC=\sqrt{5}, BC=3$. Укажите номера верных утверждений.

1) Треугольник ABC является прямоугольным;

2) площадь треугольника ABC равна 3;

3) площадь треугольника, подобного данному, с коэффициентом подобия, равным 2, равна $4\sqrt{5}$;

4) косинус угла ABC треугольника равен $\frac{2\sqrt{5}}{5}$;

5) синус угла ACB треугольника равен $\frac{2}{3}$.

№5 (A18). В правильной треугольной пирамиде проведено сечение плоскостью, проходящей через боковое ребро и апофему противоположащей этому ребру боковой грани. Угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды равен 45° , а радиус описанной около сечения окружности равен $5\sqrt{3}$. Найдите объем пирамиды.

1) $90\sqrt{10}$; 2) $45\sqrt{10}$; 3) $180\sqrt{10}$; 4) $180\sqrt{5}$; 5) $180\sqrt{2}$.

№6 (B4). Из коробочки с карандашами взяли четверть карандашей, в результате в коробочке осталось более 51 карандаша. Если бы из коробочки взяли 49 карандашей, то их осталось бы меньше трети. Сколько карандашей было в коробочке первоначально?

№7 (B9). Найдите сумму квадратов корней (квадрат корня, если он единственный) уравнения $\sqrt{2x-\sqrt{x^4-4x-20}}=1$.

№8 (B10). В правильной четырехугольно призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ площадь основания $ABCD$ равна 168, а длина бокового ребра равна $2\sqrt{7}$. Найдите квадрат расстояния от прямой $C_1 D_1$ до плоскости $DA_1 C$.

№9 (B12). Линией, параллельной основанию AC равнобедренного треугольника $ABC: AB=BC=7, AC=4$, отсечена трапеция с периметром $15\frac{1}{7}$. Найдите значение выражения $49\sqrt{5} \cdot S$, где S – площадь трапеции.

№10 (B13). Натуральное четырехзначное число b , кратное 5 и не кратное 3, можно представить в виде суммы куба и квадрата одного и того же натурального числа. Найдите число b или сумму таких чисел, если их несколько.

№11 (A4). Упростите выражение $2 \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$.

1) $-\sin\alpha$; 2) $\cos\alpha$; 3) $\sin\alpha$; 4) $\operatorname{tg}\alpha$; 5) $-\cos\alpha$.

№12 (A6). Сколько целых чисел принадлежит интервалу $(\sqrt[3]{64}; \sqrt[5]{10^{10}})$?

1) 95; 2) 96; 3) 97; 4) 100; 5) 36.

№13 (A10). Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^2 + 6x$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.

1) 6; 2) -4; 3) 4; 4) -2; 5) 2.

№14 (A15). Дан треугольник ABC , у которого $BC=13, AC=15$. Биссектриса CM треугольника ABC делит сторону AB на отрезки AM, MB так, что $AM - MB = 1$. Найдите площадь треугольника ABC .

1) 56; 2) 84; 3) $4\sqrt{21}$; 4) 42; 5) 28.

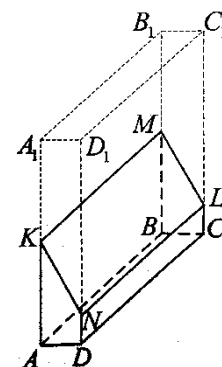
№15 (A18). Точки K, M, N расположены на сфере так, что $KN = \sqrt{14}$, $\angle MKN = 20^\circ$, $\angle MNK = 25^\circ$. Найдите площадь сферы, если известно, что расстояние от центра сферы до плоскости треугольника KMN равно $\sqrt{10}$.

1) 80π ; 2) 68π ; 3) 17π ; 4) 32π ; 5) 34π .

№16 (B10). Найдите сумму квадратов корней (квадрат корня, если он единственный) уравнения $\sqrt[4]{x^4 + 4x - 16} - \sqrt{x + 2} = 0$.

№17 (B11). Решите неравенство $\frac{\log_{0,25} 25}{\log_{\sqrt{3}}(12 - 3x)} < 0$. В ответ запишите сумму всех целых решений, принадлежащих промежутку $[-10; 7]$.

№18 (B12). От прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB=12, AD=3$, отрезали верхнюю часть плоскостью так, как показано на рисунке ($AK = \frac{1}{2} AA_1, DN = \frac{3}{20} DD_1, NL \parallel DC$). Секущая плоскость образует угол 60° с плоскостью основания $ABCD$. Найдите объём V оставшейся части параллелепипеда. В ответ запишите значение выражения $7\sqrt{3} \cdot V$.



№19 (B13). Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, не превосходящих 459, каждое из которых при делении на 23 дает в остатке 9.

№20 (B14). $SABCD$ – правильная четырехугольная пирамида, длина стороны основания которой равна $4\sqrt{3}$, а угол ASC равен $2 \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{6}}{5}$. Найдите значение выражения $37 \cdot \cos\alpha$, где α – линейный угол двугранного угла при боковом ребре SC .

ЗАНЯТИЕ №26

№1. Найдите сумму длин диагоналей куба с ребром 3.

- 1) $6\sqrt{3}$; 2) $12\sqrt{3}$; 3) $8\sqrt{3}$; 4) 6; 5) $12\sqrt{6}$.

№2. Найдите число, если 20% этого числа равны $\frac{0,65:6,5+9,9}{\left(\frac{1}{30}+4,8-1\frac{5}{16}\right):7\frac{1}{24}}$.

№3. Чему равен результат упрощения выражения

$$(\sqrt{11-4\sqrt{6}}-\sqrt[5]{4\sqrt{2}})\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{3})?$$

№4. Чему равна сумма всех нечетных натуральных чисел, не превосходящих 200, которые при делении на 7 дают в остатке 4?

№5. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 26 см, а его катеты относятся как 5:12. Найдите длину большего катета.

№6. Чему равен результат упрощения выражения $\frac{(3x^2+5xy-2y^2)(x^2-2xy+4y^2)}{x^3+8y^3}$?

- 1) $\frac{x+y}{x+2y}$; 2) $\frac{3x+y}{x+2y}$; 3) $2xy$; 4) $3x+y$; 5) $3x-y$.

№7. Вычислите $f(x)+f(-x)$, если $f(x)=3^{x+2}-9^x$, а $3^x+3^{-x}=7$.

№8. Чему равно значение выражения $\log_2 36$, если $\log_{12} 9=m$?

- 1) $\frac{4-2m}{2-m}$; 2) $\frac{4+2m}{2-m}$; 3) $\frac{-2m}{3}$; 4) $\frac{4+2m}{2+m}$; 5) $\frac{6}{m}$.

№9. Чему равен результат упрощения выражения

$$\left(\frac{(\sqrt[4]{a^3}+\sqrt[4]{b^3})(\sqrt[4]{a^3}-\sqrt[4]{b^3})}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\frac{2}{\sqrt{a+b}}?$$

№10. В правильной треугольной пирамиде угол между боковым ребром и плоскостью основания равен 60° , а радиус окружности, описанной около основания пирамиды, равен $\sqrt[3]{4}$. Найдите объем этой пирамиды.

№11. Найдите наименьшее целое число из области определения функции

$$f(x)=\sqrt{\frac{x^3-3x^2}{1-3x+2x^2}}.$$

№12. Найдите значение выражения $x_0(5-x_0)$, если x_0 – корень уравнения

$$\sqrt{\frac{2x}{x+1}}-\sqrt{\frac{2(x+1)}{x}}=1.$$

№13. В равнобедренную трапецию, одно из оснований которой равно 4, вписана окружность радиуса 1. Найдите площадь этой трапеции.

№14. Найдите сумму наибольшего целого отрицательного и наименьшего целого положительного решений неравенства

$$\sqrt{2^{x^2+2x-10}} \geq (\sqrt{33} + \sqrt{128} - 1)^x.$$

№15. Найдите $x - y - z$, если
$$\begin{cases} 2x - y + z = 5, \\ 3x - y + 2z = 8, \\ -4x + y - 4z = -7. \end{cases}$$

№16. Найдите количество корней уравнения $3 \sin 2x - 2 = 3 \sin x - 4 \cos x$ на промежутке $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{10\pi}{3}\right]$.

№17. Дана прямая призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, в основании которой лежит квадрат со стороной 2. Боковое ребро призмы равно $\frac{\sqrt{6}}{3}$. Найдите градусную меру угла между плоскостью треугольника AB_1C и плоскостью основания призмы.

№18. Найдите число целых корней уравнения $|x^2 - 4| - |x^2 - 9| = 5$, принадлежащих отрезку $[-7; 4]$.

№19. Найдите число рациональных корней неравенства

$$(x^2 - x + \frac{5}{4}) \cdot \log_{\sqrt{3}}(3 + 3 \cos^2 \pi x) \leq 2.$$

№20. Через вершину конуса проведено сечение под углом 30° к высоте конуса. Вычислите площадь сечения, если высота конуса равна $3\sqrt{3}$, а радиус основания равен 5.

№21. Найдите угол между биссектрисами смежных углов (в градусах).

№22. Найдите объем куба, если площадь полной поверхности куба равна 150.

№23. Найдите значение выражения $96\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{48} \cdot \cos \frac{\pi}{48} \cdot \cos \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{6}$.

№24. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами сумма всех членов равна 14, а сумма первых двух членов равна 10,5. Найдите пятый член этой прогрессии.

1) $7/8$; 2) $7/4$; 3) $7/32$; 4) $7/16$; 5) $0,44$.

№25. Найдите наименьшее целое значение x , удовлетворяющее неравенству $\frac{3x^2 + 15x - 7}{x^2 + 5x} > 3$.

№26. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, если его высота равна $\sqrt{3}$, диагонали составляют с основанием углы, равные 45° и 60° , а основание есть ромб.

1) $3/2$; 2) 3; 3) $3\sqrt{3}$; 4) $5/2$; 5) $7/2$.

№27. Вычислите значение выражения $x^3 - 6x$, если

$$x = \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}.$$

№28. Площадь вписанного в треугольник круга равна 4π , а одна из точек касания делит сторону на отрезки длинами 3 и 4. Найдите площадь треугольника.

№29. Решите систему уравнений $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{-1}{6}, \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1. \end{cases}$ В ответе укажите значение x .

№30. Решите уравнение $\cos 2x + \sin^2 x = 2 \cos x$. В ответе укажите число его корней, принадлежащих промежутку $\left(-\frac{15\pi}{8}, \frac{25\pi}{8}\right)$.

Ответы:

1	2	11	0	21	90
2	100	12	-14	22	125
3	-1	13	5	23	9
4	1428	14	3	24	4
5	24	15	6	25	-4
6	5	16	6	26	1
7	16	17	30	27	40
8	2	18	7	28	21
9	2	19	1	29	9
10	3	20	24	30	4

ЗАНЯТИЕ №27

Решите неравенства:

- 1) $|2x-1|>0$; 2) $|x-5|\leq 0$; 3) $x^2+8x+16<0$; 4) $|1-4x|>-10$;
 5) $\frac{x^2+5}{x-4}>0$; 6) $0\cdot\frac{1}{x-8}\leq 0$; 7) $(x^2+10x+25)(3x-11)\leq 0$; 8) $\frac{x+4}{x^2}\geq 0$; 9)
 $|5x-4|<\pi$.

№1 (B10). Пешеход начал движение со скоростью 7,5 км/ч. Когда ему оставалось пройти на 4 км меньше, чем он прошел к тому времени, он снизил скорость на 1,25 км/ч. Какое расстояние прошёл пешеход, если его средняя скорость на всём пути составила 7 км/ч?

№2. Наибольший целый корень уравнения $|7x-12|-|7x-11|=1$ равен...

№3. Площадь фигуры, заданной системой неравенств $\begin{cases} x^2+y^2\leq 2y, \\ y\geq 1+\sqrt{3}|x| \end{cases}$ равна...

№4. Найдите наибольший корень уравнения $2(\arccos x)^2 - 7\arccos x + 3 = 0$.

№5. В треугольник, стороны которого 15, 28, 20, вписана окружность. К окружности проведена касательная так, что она не пересекает меньшую сторону треугольника. Найдите периметр отсеченного треугольника.

№6. В прямоугольном треугольнике из вершины прямого угла проведены медиана и высота. Найдите отношение большего катета к меньшему, если отношение медианы и высоты равно $\frac{17}{15}$.

№7. Найдите сумму целых решений неравенства $\frac{(x+7)(\frac{1}{3}x^2+x-6)}{\cos 200^\circ \lg 100^\circ} \leq 0$, принадлежащих отрезку $[-7; 7]$.

№8. В арифметической прогрессии 28 членов. Если сумма членов с четными номерами на 56 больше суммы с нечетными номерами, то разность этой прогрессии равна...

№9. Квадратный трехчлен $f(x)=ax^2-bx+c$ с натуральными коэффициентами a, b, c имеет два различных целых корня. Известно, что $f(1)=p$ – простое число. Найдите все возможные значения суммы $f(p)+f(p+2)$.

№10. Если $\operatorname{tg} 2\alpha=2$, то значение выражения $\sin 4\alpha + \cos 4\alpha$ равно...

№11.

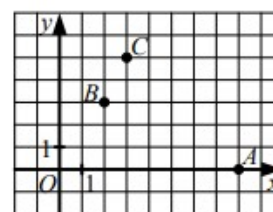
A8	Окружность задана уравнением $(x+2)^2+(y-5)^2=40$. Укажите номер прямой, проходящей через центр окружности и точку $A(-4; 1)$.	
	1) $y=-x-3$; 3) $y=x+5$; 5) $y=-x+3$.	2) $y=2x+9$; 4) $y=-2x+1$; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

№12 – №15.

A12	Высота, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, имеет длину $3\sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника, если разность проекций большего и меньшего катетов на гипотенузу равна 2.	1) $21\sqrt{7}$; 2) $24\sqrt{7}$; 3) $48\sqrt{7}$; 4) $42\sqrt{7}$; 5) $27\sqrt{7}$.
A13	От листа жести, имеющего форму квадрата, отрезали прямоугольную полосу шириной 70 см, после чего площадь оставшейся части листа оказалась равной 30 дм^2 . Уравнение для определения длины b стороны квадратного листа (в дециметрах) имеет вид:	1) $b^2 - 7b - 30 = 0$; 2) $b^2 - 70b - 30 = 0$; 3) $b^2 - 0,7b - 30 = 0$; 4) $b^2 - 7b - 3 = 0$; 5) $b^2 - 70b - 3 = 0$.
A14	Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке K так, что $CK = 3$, $DK = 16$, $AK : AB = 1 : 4$. Найдите квадрат длины хорды BD , если $\angle AKD = 120^\circ$.	1) 169; 2) 192; 3) 361; 4) 208; 5) 246.
A15	Укажите номер квадратного уравнения, каждый корень которого в 4 раза меньше соответствующего корня уравнения $2x^2 - 3x - 4 = 0$. 1) $8x^2 + x - 3 = 0$; 2) $8x^2 - 3x - 1 = 0$; 3) $8x^2 + 3x - 1 = 0$; 4) $4x^2 - 3x - 1 = 0$; 5) $4x^2 + 3x - 1 = 0$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

№16 (A9).

На рисунке даны точки A , B , C , расположенные в узлах сетки. Найдите диаметр окружности, проходящей через точки A , B , C .



- 1) $3\sqrt{5}$;
- 2) $\sqrt{5}$;
- 3) $5\sqrt{2}$;
- 4) $3\sqrt{6}$;
- 5) $3\sqrt{3}$.

№17.

B2

Выберите три верных утверждения, если $\alpha = 495^\circ$.
Ответ запишите цифрами (порядок записи цифр не имеет значения). Например: 123.

1	$\sin \alpha < 0$
2	$\operatorname{tg} \alpha = -1$
3	$\cos \alpha = \sin \alpha$
4	$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \alpha$
5	$\sin \alpha > \cos 780^\circ$
6	$\cos \alpha > 0$

№18.

B3

Если бы рабочий изготавливал в день на 4 детали больше, чем планировал, то весь заказ был бы выполнен им на 13 дней раньше срока, а если бы он изготавливал в день на 4 детали меньше, чем планировал, то выполнил бы весь заказ на 15 дней позже срока. Найдите, сколько деталей в день должен был изготавливать рабочий по плану.

№19 – №20.

B10	От пристани A вниз по реке, скорость течения которой v км/ч, отходит плот. Через час вслед за ним выходит моторная лодка, скорость которой в стоячей воде 8 км/ч. Догнав плот, лодка возвращается обратно. Найдите сумму всех возможных целых значений v , при которых к моменту возвращения лодки к пристани A плот пройдет более 12 км от пристани A .
B11	Найдите количество корней уравнения $x^2 - 10 x = 26 \cos x$ на промежутке $[-10; 10]$.

ЗАНЯТИЕ №28

№1. В ромб с острым углом 60° вписана окружность радиуса 2. Найдите площадь ромба.

1) $11\sqrt{3}$; 2) $9\sqrt{3}$; 3) $16\sqrt{3}$; 4) $\frac{16\sqrt{3}}{3}$; 5) $\frac{32\sqrt{3}}{3}$.

№2. Найдите сумму целых значений из области определения и области значений функции $y = \sqrt{21 + 4x - x^2}$.

№3. Найдите значение выражения $6 \operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg} \frac{2}{3} - 2 \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

№4. Найдите количество целых решений неравенства $\left| \frac{x-1}{3x-2} \right| > 1$.

№5. Решите уравнение $x^2 - 2x + 15 - 2x\sqrt{15 - 2x} = 0$. В ответ запишите сумму корней.

№6. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла A проведены медиана AD , биссектриса AK и высота AH . Оказалось, что $DK = 4$, $KH = 3$. Найдите площадь треугольника ABC .

№7. Найдите сумму целых решений неравенства

$$(x^2 - 4x + 3) \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \left(\cos^2 \pi x + \cos \pi x + \sin^2 \frac{\pi x}{2} \right) \geq 2.$$

№8. Высота PH пирамиды $PABC$ равна 4. На ребре PA выбрана точка K так, что $PK : KA = 1 : 3$. Найдите расстояние от точки K до плоскости основания ABC .

№9. Найдите наибольшее целое x , НЕ удовлетворяющее неравенству $\frac{3}{x-2} < 1$.

№10. Найдите сумму двух последовательных натуральных чисел, квадрат суммы которых на 112 больше суммы их квадратов.

№11. Укажите наибольшее значение функции $y = 1 - \cos 3x$.

№12. Упростите $\frac{a+b}{(b-c)(c-a)} + \frac{b+c}{(c-a)(a-b)} + \frac{c+a}{(a-b)(b-c)}$.

№13. Найдите сумму различных корней уравнения $x^2 + x + x^{-1} + x^{-2} = 4$.

№14. Найдите значение выражения

$$\sqrt[4]{\sqrt{23} - \sqrt{7}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{23} + \sqrt{7}} + \sqrt[6]{5\sqrt{2} + 7} \cdot \sqrt[6]{5\sqrt{2} - 7}.$$

№15. Найдите наибольшее целое отрицательное решение системы неравенств

$$\begin{cases} \frac{x+3}{x-2} < 1, \\ \frac{2x+3}{3x-2} < 2 \end{cases}.$$

№16. В параллелограмме острый угол равен 60° . Найдите отношение длин смежных сторон, если отношение квадратов диагоналей равно $\frac{1}{3}$.

1) 0,5; 2) 2; 3) 1; 4) 3; 5) 4.

№17. Найдите произведение корней уравнения

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 7} = (2x - 1)(x - 1).$$

№18. Найдите произведение $x \cdot y^{-1}$, если $(x; y)$ – решение системы
$$\begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = 2, \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 4. \end{cases}$$

№19. Сколько целых решений неравенства $\frac{x^2 - 5x - 6}{2x^2 + 3x + 1} \leq \frac{18 - 3x}{2x^2 + x}$ удовлетворяют неравенству $|x| < 4$?

№20. Найдите число корней уравнения $\cos^2 x + 3 \sin^2 x - 1 = \sqrt{3} \sin 2x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

№21. Найдите число целых решений неравенства $\frac{1}{1 + \lg x} + \frac{1}{1 - \lg x} > 2$.

№22. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x|1 - x|$ на отрезке $[-1; 2]$. В ответе запишите сумму наибольшего и наименьшего значений.

№23. В треугольнике ABC ($\angle B = 30^\circ$, $AB = 4$, $BC = 6$) проведена биссектриса BD . Найдите площадь треугольника ABD , увеличенную в 10 раз.

№24. Определите площадь поверхности шара, описанного около конуса, если радиус основания конуса равен $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$, а его высота равна $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$.

№25. Решите уравнение $x^2 + x + 12 - 2x\sqrt{x+12} = 0$. В ответ запишите сумму корней.

№26. Найдите число иррациональных корней уравнения $3^{\log_3 3} \cdot x^{\log_3 x} = 9$.

№27. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла A к гипотенузе $BC = 12$ проведена биссектриса $AK = \frac{7}{\sqrt{2}}$. Найдите радиус вписанной окружности r треугольника ABC и в ответе укажите значение $12r$.

№28. По пенсионному вкладу банк выплачивает 10% годовых. По истечении каждого года эти проценты капитализируются, то есть начисленная сумма присоединяется к вкладу. На данный вид вклада был открыт счёт 5000 рублей, который не пополнялся и с которого не снимали деньги в течение 3 лет. Какой доход был получен по истечении этого срока?

№29. Найдите корень или сумму корней уравнения

$$x \log_5^2 x - (5 + 2x) \log_5 x + 10 = 0.$$

№30. Решите уравнение $(x^2 - 2x + 3)(y^2 + 2y + 5) = 8$. В ответ запишите сумму корней.

Ответы:

1	5	11	2	21	8
2	37	12	0	22	0
3	-9	13	-2	23	6
4	0	14	3	24	25
5	3	15	-1	25	4
6	84	16	1	26	2
7	2	17	-1	27	24
8	3	18	2	28	1655
9	5	19	5	29	30
10	15	20	1	30	0

ЗАНЯТИЕ №29

№1 (B4). Некоторая фирма каждый месяц в течение года выпускала в продажу новую головоломку, причём каждая последующая стоила на один рубль дороже, чем предыдущая. Студент, купивший все 12 головоломок, заплатил за них 414 рублей. Сколько рублей стоила первая головоломка?

№2 (A8). Среди данных утверждений укажите номер верного.

1) Число 2 кратно числу 18; 2) число 176 кратно числу 1; 3) число 9 кратно числу 73; 4) число 56 кратно числу 0; 5) число 352 кратно числу 5.

№3 (B2). Конфеты в коробки упаковываются рядами, причем количество конфет в каждом ряду на 3 больше, чем количество рядов. Дизайн коробки изменили, при этом добавили 2 ряда, а в каждом ряду добавили по 1 конфете. В результате количество конфет в коробке увеличилось на 29. Сколько конфет упаковывалось в коробку первоначально?

№4 (B11). Первые члены арифметической и геометрической прогрессий одинаковы и равны 4, третьи члены также одинаковы, а вторые отличаются на 18. Найдите четвёртый член арифметической прогрессии, если все члены обеих прогрессий положительны.

№5 (B3). В жилом доме “Альфа” 18% от общего числа квартир составляют однокомнатные, а в жилом доме “Омега” 63% от общего числа квартир – однокомнатные. Определите, во сколько раз больше общее количество квартир в жилом доме “Альфа”, если 21% всех квартир в двух домах составляют однокомнатные.

№6 (A11). Сумма первых четырёх членов геометрической прогрессии равна 120, знаменатель прогрессии равен 3. Найдите второй член геометрической прогрессии.

№7 (A14). В ботаническом саду разбили клумбу треугольной формы. Длина первой стороны клумбы равна 8 м, длина второй стороны в 2,5 раза больше длины первой, а длина третьей составляет не менее 115% от длины второй стороны. Какому условию должен удовлетворять периметр P (в метрах) этой клумбы?

1) $51 < P \leq 56$; 2) $51 \leq P \leq 56$; 3) $P > 51$; 4) $P \leq 56$; 5) $51 \leq P < 56$.

№8 (A15). Найдите сумму всех натуральных чисел n , для которых выполняется равенство $\text{НОК}(n, 117) = 117$. 1) 182; 2) 181; 3) 183; 4) 234; 5) 118.

№9 (B3). В двух сосудах содержится 36 л жидкости. Если 10% жидкости из первого сосуда перелить во второй, то в обоих сосудах окажется одинаковое количество жидкости. Сколько литров жидкости было во втором сосуде первоначально?

№10 (B11). Двое рабочих различной квалификации выполнили некоторую работу, причем первый проработал 4 ч, прежде чем к нему присоединился второй. Если бы сначала второй рабочий работал 4 ч, а затем к нему присоединился первый, то работа была бы закончена на 48 минут позже. Известно, что первый рабочий седьмую часть работы выполняет на 5 ч быстрее, чем второй выполняет третью часть работы. Сколько минут заняло выполнение всей работы?

№11 (А8). У Юры есть некоторое количество марок, у Яна марок в 2 раза больше, чем у Юры. Мальчики поместили все свои марки в один альбом. Среди чисел 17; 20; 16; 18; 19 выберите то, которое может выражать количество марок, оказавшихся в альбоме.

№12 (В3). В каждую из трёх корзин положили одинаковое количество яблок. Если в одну из корзин добавить 20 яблок, то в ней их окажется меньше, чем в двух других корзинах вместе. Если же в эту корзину положить еще 24 яблока, то в ней их станет больше, чем было первоначально в трёх корзинах вместе. Сколько яблок было в каждой корзине первоначально?

№13 (В3). Из города А в город В, расстояние между которыми 432 км, выехал автобус с постоянной скоростью, равной 54 км/ч. Через 2 часа вслед за ним выехал грузовик. С какой скоростью (в км/ч) должен двигаться грузовик, чтобы прибыть в город В одновременно с автобусом?

№14 (В10). Имеется 2,4 кг сплава, содержащего золото и серебро в отношении 3 : 5. Сколько граммов серебра необходимо добавить к этому сплаву, чтобы после переплавки новый сплав содержал 80% серебра?

№15 (А10). Найдите сумму всех общих натуральных делителей трёх чисел: 42, 56 и 84.

1) 23; 2) 9; 3) 24; 4) 26; 5) 10.

№16 (А6). В магазин поступила 31 коробка с маслом по 80 пачек масла в каждой. Какое наименьшее количество пачек масла необходимо продавать ежедневно, чтобы масло было распродано не более чем за 60 дней?

1) 41; 2) 49; 3) 40; 4) 52; 5) 42.

№17 (А10). В первый день велосипедист проехал 35 км, а во второй день – на 14% меньше, чем в первый. Сколько километров проехал велосипедист за два дня?

№18 (В13). Петя записал на доске два различных натуральных числа. Затем он их сложил, перемножил, вычел из большего заданного числа меньшее и разделил большее на меньшее. Сложив четыре полученных результата, Петя получил число 1225. Найдите все такие пары натуральных чисел. В ответ запишите их сумму.

№19 (В7). Геометрическая прогрессия со знаменателем 7 содержит 10 членов. Сумма всех членов прогрессии равна 24. Найдите сумму всех членов прогрессии с чётными номерами.

№20 (В9). Из города А в город В, расстояние между которыми 90 км, одновременно выезжают два автомобиля. Скорость первого автомобиля на 20 км/ч больше скорости второго, но он делает в пути остановку на 45 минут. Найдите наибольшее значение скорости (в км/ч) первого автомобиля, при движении с которой он прибудет в В не позже второго.

ЗАНЯТИЕ №30

№1. Вычислите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = -0,6$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

- 1) $4/3$; 2) $3/4$; 3) $-4/3$; 4) $-0,2$; 5) $-1/5$.

№2. Найдите 60% от числа $\left(4,5 \cdot 1\frac{2}{3} - 6,75\right) : \frac{3}{20} + 2,5$.

- 1) 2,6; 2) 4,5; 3) 4,2; 4) 12,5; 5) 3,9.

№3. Найдите наименьший положительный период функции

$$y = 4 \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right) + 5 \text{ (в градусах)}.$$

№4. Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна 6, а длина диагонали её основания $5\sqrt{2}$. Найдите объём пирамиды.

№5. Упростите $\left(\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}\right)^{-1} - \left(\frac{a-b}{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}\right)^{-1}\right) : \frac{4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{1}{4}$.

№6. Упростите $\frac{x^2-16}{y^2-25} : \frac{x^2+4x}{xy+5x} - \frac{1+x}{5y-25}$.

- 1) $\frac{4x-21}{5y-25}$; 2) $\frac{4x}{5}$; 3) $\frac{4x-23}{5}$; 4) x ; 5) 1.

№7. Решите неравенство $(11-3x)(13+3x) < 0$. В ответ запишите сумму целых решений, принадлежащих отрезку $[4; 10]$.

№8. Дан прямоугольный треугольник, каждый катет которого равен 13. Найдите периметр прямоугольника, имеющего с треугольником общий угол и одна из вершин которого лежит на гипотенузе треугольника.

№9. Найдите значение выражения $\frac{27a^3 - 27\sqrt{5}a^2 + 45a - 5\sqrt{5}}{9a^2 - 6\sqrt{5}a + 5}$ при $a = 4 + \frac{\sqrt{5}}{3}$.

№10. Площадь полной поверхности цилиндра равна 60. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, если его осевым сечением является квадрат.

№11. В 10 кг 25%-го раствора кислоты добавили 5 кг чистой кислоты. Какова концентрация нового раствора (в процентах)?

№12. Окружность радиуса 3 вписана в ромб $ABCD$ и касается стороны AD в точке K , причём $AK = 2$. Найдите площадь ромба.

№13. Найдите произведение корней уравнения $5^{\log_5^2 x} + x^{\log_5 x} = 10$.

№14. Найдите ординату точки пересечения графиков функций

$$y = \sqrt{11x+3} - \sqrt{2-x} \text{ и } y = \sqrt{7+9x} - \sqrt{x-2}.$$

№15. Найдите наибольшее целое решение неравенства $\frac{4^x}{2^x-1} \leq \frac{2^x}{3} + 4$.

№16. Решите уравнение $\sin x + \sin 3x = 4 \cos^3 x$. В ответ запишите (в градусах) сумму решений, удовлетворяющих условию $0^\circ < x < 90^\circ$.

№17. В равнобокую трапецию, одно из оснований которой на 3 больше второго, вписана окружность радиуса 1. Найдите периметр этой трапеции.

№18. Через ребро основания правильной четырёхугольной пирамиды проведена плоскость, которая отсекает от противоположной грани треугольник площадью 16. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, отсечённой проведённой плоскостью от данной пирамиды, если площадь боковой поверхности всей пирамиды равна 100.

№19. После двух последовательных повышений зарплата достигла $\frac{15}{8}$ по сравнению с первоначальной. На сколько процентов повысилась зарплата в первый раз, если второе повышение было вдвое больше (в процентном отношении) первого?

№20. Найдите число натуральных решений неравенства $\sqrt{x} > -2$ на интервале $[2; 8]$.

№21. Периметр равнобедренного треугольника равен 41, боковая сторона на 5 меньше основания. Найдите длину основания.

№22. Вычислите $44 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$.

№23. Вычислите $2 \cdot \frac{3,5 + 4\frac{2}{3} + 2\frac{2}{15}}{0,5 \cdot \left(1\frac{1}{20} + 4,1\right)} - 3,5$.

1) 13; 2) 25; 3) 4,5; 4) 10; 5) 19,5.

№24. Упростите выражение $\frac{4}{x+2} + \frac{x-2}{x+1} \cdot \left(\frac{x^2}{x^2-4} - \frac{x+2}{x-2}\right)$.

№25. Решите уравнение $(2x+1)^2 + 6x(x-4) = 12$. В ответ запишите произведение корней.

1) 2,4; 2) 1,5; 3) -1,1; 4) 1; 5) 3,1.

№26. Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$(x^2 - 5x + 6)(x + 5) < 0.$$

№27. Упростите $\left(\frac{a^{1,5} + b^{1,5}}{a + b - \sqrt{ab}} + \frac{a^{1,5} - b^{1,5}}{\sqrt{ab} + a + b}\right) \cdot \sqrt{a}$.

1) $2\sqrt{ab}$; 2) $2a$; 3) $-2a$; 4) 0; 5) $\sqrt{ab}$.

№28. Найдите наибольшее целое решение неравенства $0,7^{\frac{2x-3}{4}} < \left(1\frac{3}{7}\right)^{2-x}$.

№29. Найдите количество корней уравнения $7\sin^2 x + 5\sin x + \cos^2 x = 0$ на промежутке $\left[\frac{5\pi}{6}, \frac{10\pi}{3}\right]$.

№30. Сфера касается всех сторон ромба, длины диагоналей которого равны 15 и 20. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости ромба, если радиус сферы равен 10.

Ответы:

1	3	11	50	21	17
2	2	12	39	22	11
3	720	13	1	23	3
4	50	14	5	24	0
5	0	15	2	25	3
6	1	16	45	26	-6
7	49	17	10	27	2
8	26	18	81	28	2
9	12	19	25	29	6
10	40	20	7	30	8

ЗАНЯТИЕ №31

№1. Найдите сумму целых решений неравенства

$$4\sqrt{0,25\sin^2\frac{\pi x}{4}-2\sin\frac{\pi x}{4}+4}\geq x^2+4x+36.$$

№2. Сфера радиусом 7 проходит через вершины A, S правильной треугольной пирамиды $SABC$ со стороной основания 21 и боковым ребром 14. Найдите длину отрезка SP , где P – точка пересечения апофемы SM ($M \in BC$) со сферой. В ответ запишите значение выражения $2\sqrt{7} \cdot SP$.

№3 (A10). Площадь осевого сечения цилиндра равна 32. Площадь его боковой поверхности равна:

- 1) 32π ; 2) 16π ; 3) 64π ; 4) 32; 5) 64.

№4 (A13). Параллельно стороне треугольнике, равной 12, проведена прямая. Длина отрезка этой прямой, заключённого между сторонами треугольника, равна 8. Найдите отношение площади полученной трапеции к площади исходного треугольника.

- 1) $\frac{4}{9}$; 2) 0,5; 3) $\frac{5}{9}$; 4) $\frac{2}{3}$; 5) $\frac{1}{3}$.

№5 (A16). В ромб площадью $10\sqrt{3}$ вписан круг площадью 3π . Сторона ромба равна:

- 1) 5; 2) 10; 3) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$; 4) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$; 5) 12.

№6 (B2). Диагонали трапеции равны 12 и 5. Найдите площадь трапеции, если её средняя линия равна 6,5.

№7 (B7). Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Если $\angle BAC = 35^\circ$, $\angle ABD = 85^\circ$, то градусная мера между прямыми AB и CD равна...

№8 (B10). В равнобокой трапеции большее основание вдвое больше каждой из остальных сторон и лежит в плоскости α . Боковая сторона образует с плоскостью α угол, синус которого равен $\frac{4\sqrt{3}}{15}$. Найдите $45\sin\beta$, где β – угол между диагональю трапеции и плоскостью α .

№9 (A11). Четырёхугольник $MNPK$, в котором $\angle N = 136^\circ$, вписан в окружность. Найдите градусную меру угла K .

- 1) 68° ; 2) 90° ; 3) 44° ; 4) 180° ; 5) 105° .

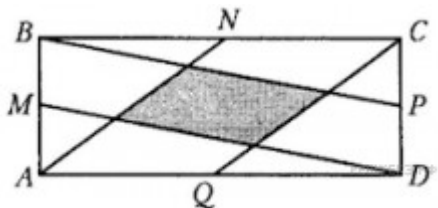
№10 (A13). Прямая a , параллельная плоскости α , находится от неё на расстоянии 3. Через прямую a проведена плоскость β , пересекающая плоскость α по прямой b и образующая с ней угол 60° . Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если A, B – такие точки прямой a , что $AB = 2$, а C, D – такие точки прямой b , что $CD = 5$.

- 1) $21\sqrt{3}$; 2) 21; 3) $\frac{21\sqrt{3}}{4}$; 4) $\frac{21}{4}$; 5) $7\sqrt{3}$.

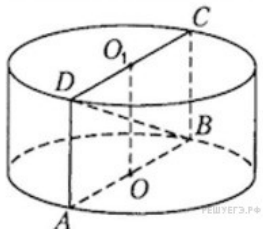
№11 (B1). Если в правильной четырёхугольной пирамиде высота равна 3, а площадь диагонального сечения равна 9, то её объём равен...

№12 (B3). Точки $A(2;2), B(7;5), C(8;5)$ – вершины трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Найдите сумму координат точки D , если $BD = \sqrt{34}$.

№13 (B4). Найдите периметр правильного шестиугольника, меньшая диагональ которого равна $11\sqrt{3}$.



№14 (B6). Площадь прямоугольника $ABCD$ равна 55. Точки M, N, P, Q – середины его сторон. Найдите площадь четырёхугольника между прямыми AN, BP, CQ, DM .

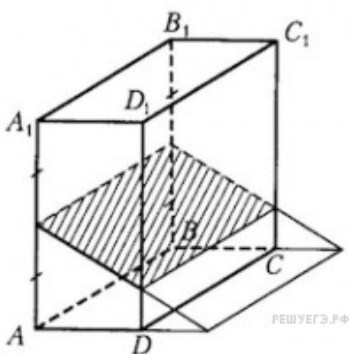


№15 (A2). Пусть O, O_1 – центры оснований цилиндра. Тогда образующей цилиндра является отрезок:

- 1) BO ; 2) BC ; 3) BA ; 4) BD ; 5) OO_1 .

№16 (A13). Найдите длину средней линии прямоугольной трапеции с острым углом 60° , у которой большая боковая сторона и большее основание равны 4.

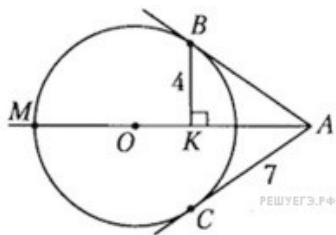
- 1) 2; 2) 3; 3) $2\sqrt{3}$; 4) $4\sqrt{3}$; 5) 6.



№17 (A16). $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямоугольный параллелепипед такой, что $AB=16, AD=2$. Через середины рёбер AA_1 и BB_1 проведена плоскость, составляющая угол 60° с плоскостью основания $ABCD$. Найдите площадь сечения параллелепипеда этой плоскостью.

- 1) $32\sqrt{2}$; 2) 32; 3) $32\sqrt{3}$; 4) 16; 5) 64.

№18 (B3). Основание остроугольного равнобедренного треугольника равно 4, а синус противоположного основанию угла равен 0,6. Найдите площадь треугольника.



№19 (A10). Из точки A к окружности проведены касательные AB, AC и секущая AM , проходящая через центр окружности O . Точки B, C, M лежат на окружности. Известно, что $BK=4; AC=7$. Найдите длину отрезка AK .

- 1) 33; 2) 4; 3) 3; 4) $\sqrt{33}$; 5) $\sqrt{65}$.

№20 (B10). Куб вписан в правильную четырёхугольную пирамиду так, что четыре его вершины находятся на боковых рёбрах пирамиды, а четыре другие вершины – на её основании. Длина стороны основания пирамиды равна 3, высота пирамиды – 2. Найдите площадь S поверхности куба. В ответ запишите значение выражения $25S$.

ЗАНЯТИЕ №32

№1. Внутренний угол при одной из вершин треугольника равен 56° , внешний угол при второй вершине равен 94° . Найдите внутренний угол этого треугольника при третьей вершине.

№2. Найдите значение выражения $\left(\frac{199 \cdot 201 + 299 \cdot 301 + 2}{1999 \cdot 2001 + 2999 \cdot 3001 + 2}\right)^{-0,5}$.

№3. Найдите сумму всех четных натуральных чисел, не превосходящих 200, которые при делении на 5 дают в остатке 3.

№4. Изделие подешевело на треть. На сколько процентов оно должно подорожать, чтобы его цена стала прежней?

№5. Приведите выражение $\left(\frac{a^{\frac{2}{3}}}{b^{\frac{-3}{4}} a^{\frac{1}{2}}}\right)^3$ к виду $a^m b^n$ и вычислите $m+n$.

1) -3,5; 2) 2,75; 3) 1,75; 4) -2,75; 5) 2,5.

№6. Найдите значение выражения $\frac{1+3\sqrt{3}a+9a^2+3\sqrt{3}a^3}{1+2\sqrt{3}a+3a^2}$ при $a=3-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

1) $\sqrt{3}$; 2) $2\sqrt{3}$; 3) $3\sqrt{3}$; 4) 4; 5) 3.

№7. Найдите произведение корней уравнения

$$(3x^2+5x)\sqrt{-x^2+4x-3}=12\sqrt{-x^2+4x-3}.$$

№8. Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен $3\sqrt{3}$. Прямая, параллельная стороне треугольника, делит высоту, проведенную к этой стороне, в отношении 1:3, считая от вершины. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного между другими сторонами треугольника.

1) 3; 2) 0,75; 3) 2,25; 4) 1; 5) 6,75.

№9. Площадь равнобедренного треугольника равна 192, а основание относится к боковой стороне как 6:5. Найдите периметр треугольника.

№10. Найдите сумму корней уравнения $9^{2x+5} - 4 \cdot 3^{2x+5} + 3 = 0$.

1) -4,5; 2) 5; 3) 4,5; 4) 6; 5) -5.

№11. Один из углов параллелограмма равен 120° . Найдите площадь параллелограмма, если длины диагоналей равны $\sqrt{3}$ и 2.

1) $\frac{\sqrt{3}}{4}$; 2) 0,5; 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) 0,25; 5) $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

№12. Найдите количество корней уравнения $\operatorname{ctg} x - \sqrt{\cos x} = 0$, принадлежащих отрезку $\left[\frac{-\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

№13. Периметр равнобедренного треугольника равен 60, основание меньше боковой стороны в 2 раза. Найдите большую сторону треугольника.

№14. Электропоезд состоит из 5 одинаковых вагонов, в них всего 480 мест для пассажиров. Другой электропоезд состоит из 8 таких же вагонов. Сколько в нём мест для пассажиров?

№15. Вычислите $\left(12 - 11\frac{4}{9}\right) \cdot 55,8 - \frac{5\frac{4}{5}}{10 - 9,2}$.

- 1) 23,75; 2) $22\frac{1}{3}$; 3) 1,4; 4) $\frac{2}{3}$; 5) 1.

№16. Упростите выражение $\left(x + y - \frac{2xy}{x+y}\right) \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} + y$.

- 1) $x + y$; 2) x ; 3) 0; 4) $\frac{x-y}{y}$; 5) 1.

№17. В основании прямой призмы лежит равнобедренный прямоугольный треугольник, площадь которого равна 18, а высота призмы равна $(2 - \sqrt{2})$. Найдите площадь боковой поверхности такой призмы.

№18. Найдите число, если 20% числа равны $(4\sqrt{75} - 5\sqrt{27}) : \sqrt{3}$.

№19. Найдите сумму корней уравнения $\sqrt{x+5}(x^2 + 4x - 12) = 0$.

№20. Вычислите $\frac{\cos 2^\circ (1 + \operatorname{tg}^2 1^\circ)}{4(1 - \operatorname{tg}^2 1^\circ)}$.

- 1) $\frac{1}{3}$; 2) 1; 3) 2; 4) 0,25; 5) 4.

№21. Найдите произведение корней уравнения $(x^2 + x + 1)^2 - 3x^2 - 3x = 3$.

№22. Вычислите $(\sqrt[4]{32\sqrt[3]{4}} - 3\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}} + \sqrt[4]{64\sqrt[3]{0,5}}) \cdot \sqrt[12]{2^{-5}}$.

№23. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 15, а проекция второго катета на гипотенузу равна 16. Найдите диаметр окружности, описанной около этого треугольника.

№24. Основанием прямого параллелепипеда является ромб, диагонали которого равны 6 и 8. Найдите объём параллелепипеда, высота которого равна высоте ромба.

- 1) 115,2; 2) 230,4; 3) 57,6; 4) 192,5; 5) 112,8.

№25. В равнобедренную трапецию вписана окружность. Найдите острый угол трапеции (в градусах), если точка касания делит боковую сторону на отрезки, отношение длин которых равно 3:1.

№26. Найдите число рациональных корней уравнения

$$\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x-\sqrt{x}}=1,5\sqrt{\frac{x}{x+\sqrt{x}}}.$$

№27. Найдите сумму (в градусах) корней уравнения

$\sin 2x + 3 \sin x - 3 \cos x = 3$, лежащих на отрезке $[0^\circ; 180^\circ]$.

№28. Найдите больший корень уравнения $\frac{2}{3} \cdot \frac{x+1}{x-1} - 6 \cdot \frac{2x-1}{x-1} + 16 = 0$.

№29. Хорда делит окружность в отношении 11:16. Найдите угол между касательными, проведёнными из концов этой хорды. В ответ запишите утроенное значение угла (в градусах).

№30. В сосуде было 12 л соляной кислоты. Часть кислоты отлили и сосуд долили водой. Затем снова отлили столько же и опять долили водой. Сколько жидкости отливали каждый раз, если в сосуде оказался 25%-й раствор кислоты?

Ответы:

1	38	11	1	21	-2
2	10	12	6	22	1
3	2060	13	24	23	25
4	50	14	768	24	1
5	2	15	1	25	60
6	3	16	2	26	1
7	4	17	12	27	270
8	3	18	25	28	2
9	64	19	-3	29	100
10	1	20	4	30	6

ЗАНЯТИЕ №33

№1. Найдите число корней уравнения $\sin 2x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = 1,5$ на отрезке $[0; 2\pi]$.

№2 (A10). Площадь осевого сечения цилиндра равна 32. Площадь его боковой поверхности равна:

- 1) 32π ; 2) 16π ; 3) 64π ; 4) 32; 5) 64.

№3 (A13). Параллельно стороне треугольника, равной 12, проведена прямая. Длина отрезка этой прямой, заключённого между сторонами треугольника, равна 8. Найдите отношение площади полученной трапеции к площади исходного треугольника.

- 1) $\frac{4}{9}$; 2) 0,5; 3) $\frac{5}{9}$; 4) $\frac{2}{3}$; 5) $\frac{1}{3}$.

№4 (A16). В ромб площадью $10\sqrt{3}$ вписан круг площадью 3π . Сторона ромба равна:

- 1) 5; 2) 10; 3) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$; 4) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$; 5) 12.

№5 (B2). Диагонали трапеции равны 12 и 5. Найдите площадь трапеции, если её средняя линия равна 6,5.

№6 (B5). По двум перпендикулярным прямым, которые пересекаются в точке O , движутся две точки M_1, M_2 по направлению к точке O со скоростями 1 м/с и 2 м/с соответственно. Достигнув точки O , они продолжают своё движение. В первоначальный момент времени $M_1O = 1$ м, $M_2O = 17$ м. Через сколько секунд расстояние между точками M_1, M_2 будет минимальным?

№7 (B7). Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Если $\angle BAC = 35^\circ$, $\angle ABD = 85^\circ$, то градусная мера между прямыми AB и CD равна...

№8 (B10). В равнобокой трапеции большее основание вдвое больше каждой из остальных сторон и лежит в плоскости α . Боковая сторона образует с плоскостью α угол, синус которого равен $\frac{4\sqrt{3}}{15}$. Найдите $45 \sin \beta$, где β – угол между диагональю трапеции и плоскостью α .

№9 (A11). Четырёхугольник $MNPK$, в котором $\angle N = 136^\circ$, вписан в окружность. Найдите градусную меру угла K .

- 1) 68° ; 2) 90° ; 3) 44° ; 4) 180° ; 5) 105° .

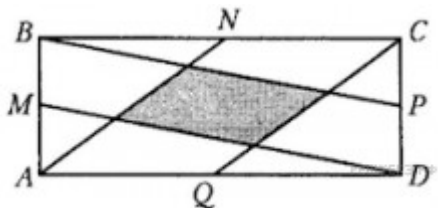
№10 (A13). Прямая a , параллельная плоскости α , находится от неё на расстоянии 3. Через прямую a проведена плоскость β , пересекающая плоскость α по прямой b и образующая с ней угол 60° . Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если A, B – такие точки прямой a , что $AB = 2$, а C, D – такие точки прямой b , что $CD = 5$.

- 1) $21\sqrt{3}$; 2) 21; 3) $\frac{21\sqrt{3}}{4}$; 4) $\frac{21}{4}$; 5) $7\sqrt{3}$.

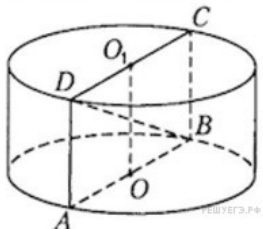
№11 (B1). Если в правильной четырёхугольной пирамиде высота равна 3, а площадь диагонального сечения равна 9, то её объём равен...

№12 (B3). Точки $A(2;2), B(7;5), C(8;5)$ – вершины трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Найдите сумму координат точки D , если $BD = \sqrt{34}$.

№13 (B4). Найдите периметр правильного шестиугольника, меньшая диагональ которого равна $11\sqrt{3}$.



№14 (B6). Площадь прямоугольника $ABCD$ равна 55. Точки M, N, P, Q – середины его сторон. Найдите площадь четырёхугольника между прямыми AN, BP, CQ, DM .

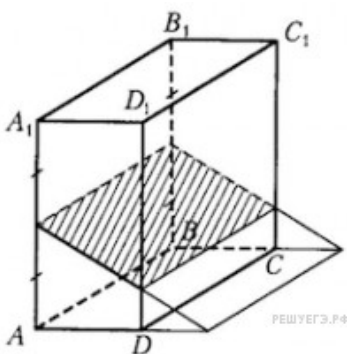


№15 (A2). Пусть O, O_1 – центры оснований цилиндра. Тогда образующей цилиндра является отрезок:

- 1) BO ; 2) BC ; 3) BA ; 4) BD ; 5) OO_1 .

№16 (A13). Найдите длину средней линии прямоугольной трапеции с острым углом 60° , у которой большая боковая сторона и большее основание равны 4.

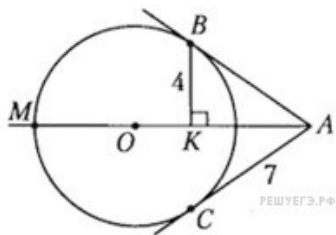
- 1) 2; 2) 3; 3) $2\sqrt{3}$; 4) $4\sqrt{3}$; 5) 6.



№17 (A16). $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямоугольный параллелепипед такой, что $AB=16, AD=2$. Через середины рёбер AA_1 и BB_1 проведена плоскость, составляющая угол 60° с плоскостью основания $ABCD$. Найдите площадь сечения параллелепипеда этой плоскостью.

- 1) $32\sqrt{2}$; 2) 32; 3) $32\sqrt{3}$; 4) 16; 5) 64.

№18 (B3). Основание остроугольного равнобедренного треугольника равно 4, а синус противоположного основанию угла равен 0,6. Найдите площадь треугольника.



№19 (A10). Из точки A к окружности проведены касательные AB, AC и секущая AM , проходящая через центр окружности O . Точки B, C, M лежат на окружности. Известно, что $BK=4; AC=7$. Найдите длину отрезка AK .

- 1) 33; 2) 4; 3) 3; 4) $\sqrt{33}$; 5) $\sqrt{65}$.

№20 (B10). Куб вписан в правильную четырёхугольную пирамиду так, что четыре его вершины находятся на боковых рёбрах пирамиды, а четыре другие вершины – на её основании. Длина стороны основания пирамиды равна 3, высота пирамиды – 2. Найдите площадь S поверхности куба. В ответ запишите значение выражения $25S$.

ЗАНЯТИЕ №34

№1. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{1}{2 + \sin x}$.

№2. Углы треугольника пропорциональны числам 3, 7 и 8. Найдите больший из них (в градусах).

№3. Вычислите $\frac{(1-3a)(9a)^{-1}}{3a-(6a-1)(3a)^{-1}}$ при $a = \frac{-1}{3}$.

1) 0; 2) 4; 3) $\frac{1}{6}$; 4) 32; 5) 320.

№4. Найдите значение выражения $\sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 110^\circ$.

1) $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{8}$; 3) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; 4) $\frac{\sqrt{2}}{8}$; 5) 0,5.

№5. Найдите произведение корней уравнения

$$4\sqrt{2x^2+3x+6} = (x+1)(2x+1).$$

1) -19; 2) 2,5; 3) 23,75; 4) -23,75; 5) -9,5.

№6. Решите систему $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 21, \\ 2x - y = 7 \end{cases}$, и в ответе укажите значение

$x+y$.

№7. Найдите сумму корней уравнения $\frac{2x^2+5x+3}{2x+3} = x^2 - x - 2$.

№8. Дирижабль прошел расстояние 40 км против ветра (скорость ветра 30 км/ч); затем прошел тот же путь в обратном направлении, затратив в оба конца 2,5 ч. Какова скорость движения дирижабля в покоем воздухе?

№9. В прямоугольный треугольник с катетами 8 и 12 вписан полукруг с диаметром, лежащем на гипотенузе. Найдите радиус этого полукруга.

1) 6,4; 2) 5,8; 3) 4,8; 4) 6,2; 5) 7.

№10. Решите уравнение $8\sqrt{12+16x-16x^2}+4x-4x^2=33$. В ответ запишите корень или сумму корней, умножив на 2.

№11. Найдите число корней уравнения $\sqrt{6}\sin x + \sqrt{5-\cos x} = 0$, лежащих на отрезке $[0; 2\pi]$.

№12. Найдите наименьший положительный период (в градусах) функции

$$y = \operatorname{tg} 3x - \operatorname{ctg} \frac{1}{2}x.$$

№13. Вычислите $\left(\frac{16,4^3 + 6,4^3}{16,4^2 - 6,4^2} + 1,64 \cdot 19,2 \right) : 22,8$.

- 1) 22,8; 2) 2,28; 3) 228; 4) 0,228; 5) 6.

№14. Большее основание равнобедренной трапеции равно 12, а угол при основании равен 75° . Диагональ трапеции образует с основанием угол 45° . Найдите меньшее основание трапеции.

- 1) $4\sqrt{3}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) 2; 4) 6; 5) 8.

№15. Упростите выражение $\left(\frac{m+n}{m-n} + \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}\right) : \frac{m^3-n^3}{m+n} \cdot \frac{m-n}{3m+3n}$.

- 1) $\frac{2}{3(m^2-n^2)}$; 2) m ; 3) $m-n$; 4) $\frac{1}{3}$; 5) 1.

№16. В арифметической прогрессии третий и шестой члены равны соответственно 4 и 13. Найдите сумму второго и восьмого членов прогрессии.

№17. Результат упрощения выражения $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{4-\sqrt{15}} + \sqrt[3]{3\sqrt{3}}$ равен:

- 1) $\sqrt{3}$; 2) $\sqrt{5}$; 3) $\sqrt{6}$; 4) $\sqrt{15}$; 5) $2\sqrt{3}-\sqrt{5}$.

№18. Найдите значение выражения $\frac{\operatorname{tg} 37,5^\circ + \operatorname{ctg} 37,5^\circ}{\sin 165^\circ}$.

№19. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения

$$\frac{6}{4+\sqrt{3x-1}} + 2 = \frac{3}{\sqrt{3x-1}-1}.$$

- 1) $5/3$; 2) $293/12$; 3) $25/2$; 4) $313/12$; 5) 1.

№20. Длины катетов прямоугольного треугольника равны 3 и 6. Найдите длину биссектрисы, проведенной из вершины прямого угла.

- 1) 4; 2) $3\sqrt{2}$; 3) $2\sqrt{2}$; 4) $2\sqrt{3}$; 5) 3,75.

№21. Найдите сумму целых решений неравенства $\|3x+1\| + x+1 \leq 2$.

№22. Вычислите $\cos^2\left(\frac{7}{8}\pi + \alpha\right) + \cos\left(\frac{3}{8}\pi + \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{8} - \alpha\right)$.

№23. Высота правильной четырёхугольной пирамиды вдвое меньше длины её бокового ребра. Найдите угол (в градусах) между плоскостью основания и её боковым ребром.

№24. Имеются две бочки бензина разной цены, объёмом 220 л и 180 л. Одновременно из обеих бочек отлили равное количество бензина и бензин, отлитый из первой бочки, перелили во вторую, а бензин, отлитый из второй бочки, перелили в первую, после чего цена бензина (одного литра) в обеих бочках стала одинаковой. Сколько бензина было перелито?

№25. Решите уравнение $\frac{15x}{0,5x^2+2x+4} - \frac{8x}{0,5x^2+x+4} = 1$ и укажите в ответе сумму корней.

№26. В правильной четырёхугольной пирамиде длины диагонали основания и её бокового ребра равны $\sqrt{3}$. Найдите $4V$, где V – объём пирамиды.

№27. Найдите площадь полной поверхности пирамиды, в основании которой лежит квадрат, если две боковые её грани перпендикулярны плоскости основания, две другие наклонены под углом $\alpha = \arccos 0,8$, а радиус окружности, описанной около боковой грани, перпендикулярной основанию, равен $5/4$.

№28. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения $\sqrt{2x^2-14x+24} - 4x = 4\sqrt{8-2x} - x\sqrt{3-x}$.

№29. Решите неравенство $(8-x)^{\log_2(8-x)} \leq 2^{x+4}$. В ответе укажите количество целых решений неравенства.

№30. Сосуд ёмкостью 8 л наполнен воздухом, содержащим 16% кислорода. Из этого сосуда выпускают некоторое количество воздуха и впускают такое же количество азота, после чего опять выпускают такое же, как в первый раз, количество смеси и опять дополняют таким же количеством азота. В новой смеси кислорода 9%. Сколько литров выпускалось каждый раз из сосуда?

Ответы:

1	1	11	2	21	-1
2	80	12	360	22	1
3	3	13	2	23	30
4	1	14	1	24	99
5	5	15	1	25	6
6	5	16	20	26	3
7	2	17	2	27	12
8	50	18	8	28	-17
9	3	19	1	29	4
10	1	20	3	30	2

ЗАНЯТИЕ №35

№1. Найдите произведение корней (или корень, если он один) уравнения $x^2 - 4x - \sqrt{4 + x^2 - 4x} - 16 = 0$.

№2. Основанием прямого параллелепипеда является ромб с углом 120° и большей диагональю 18. Боковая поверхность призмы равна 144. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через точку, принадлежащую стороне основания, и делящей ее в отношении $1 : 5$, считая от вершины острого угла, и перпендикулярную плоскости большего диагонального сечения призмы.

№3. Известно, что наибольшее значение квадратичной функции равно 8, а нули функции равны -3 и 1 . Найдите сумму абсцисс точек пересечения графика данной функции с прямой $y = -10x + 1$.

№4. Через сторону основания и точку, принадлежащую высоте правильной четырехугольной пирамиды и делящей ее в отношении $2 : 1$, считая от вершины пирамиды, проведено сечение пирамиды плоскостью. Найдите площадь сечения S , если высота пирамиды равна $\sqrt{7}$, а площадь диагонального сечения равна $3\sqrt{14}$. В ответ запишите $\sqrt{22} \cdot S$.

№5. Найдите значение выражения $2\sqrt{2} \sin 585^\circ - \operatorname{tg} \frac{11\pi}{4} - 2\sqrt{3} \cos 330^\circ$.

№6. Функция $f(x)$ является нечетной, $f(-1) = 3, f(3) = -1$. Найдите значение выражения $2f(3) - 5f(1) - f(-3) + f(-1)$.

№7. Площадь основания правильной четырехугольной призмы равна 13, а длина диагонали призмы равна $3\sqrt{10}$. Тогда высота призмы равна...

№8. Найдите увеличенное в 9 раз произведение корней уравнения

$$\left(\frac{2x-1}{x-3}\right)^2 - \frac{2x^2+3x-2}{x^2-2x-3} - 2 \cdot \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^2 = 0.$$

№9. Из вершины A прямоугольника $ABCD$ со сторонами $\sqrt{10}$ и $2\sqrt{2}$ проведен перпендикуляр AK длиной 1 к плоскости прямоугольника. Найдите расстояние от точки K до диагонали BD .

№10. Задумано натуральное двузначное число. Если разделить его на сумму цифр этого числа, то в частном получится 7, а в остатке 6. Если вычесть из данного числа число, полученное перестановкой цифр исходного числа, то разность будет равна 36. Найдите задуманное число.

№11. Найдите сумму корней (или корень, если он один) уравнения

$$\frac{|x^2 - 7x + 6|}{x - 6} = x^2 - 14x + 49.$$

№12. В правильной треугольной пирамиде $DABC$ с высотой $5\sqrt{6}$ и стороной основания $5\sqrt{2}$ через точку P , принадлежащую ребру AC так, что $AP:PC=5:3$, проведено сечение пирамиды плоскостью, перпендикулярной ребру AC . Найдите площадь сечения S . В ответ запишите $\frac{32}{3}S$.

№13. Найдите сумму корней уравнения $(2x-1)(15+2x-x^2)=x^2-25$.

№14. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – правильная призма с ребром основания 4 и боковым ребром $4\sqrt{3}$. Найдите косинус угла между прямыми B_1O и C_1D , где O – центр нижнего основания призмы.

№15. Высота правильной треугольной пирамиды равна 9, а боковая грань наклонена к основанию под углом 60° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№16. $ABC A_1 B_1 C_1$ – наклонная призма, причем пирамида $BA A_1 C_1 C$ является правильной пирамидой, диагональное сечение которой – правильный треугольник площадью $3\sqrt{3}$. Найдите объем призмы $ABC A_1 B_1 C_1$.

№17. Найдите среднее арифметическое корней уравнения

$$(\sqrt{3x+4}-2)(x+2)=3x.$$

№18. Найдите произведение различных корней уравнения $\left| \frac{x^2-3x+2}{x^2-16} \right| = \left| \frac{3x-6}{16-x^2} \right|$.

№19. Некоторое двузначное число при делении на сумму своих цифр дает в частном 7. Если вычесть из этого числа число, полученное из данного перестановкой цифр, получится 18. Найдите данное число.

№20. Из Гродно в Минск, расстояние между которыми по шоссе равно 360 км, выехал с постоянной скоростью мотоцикл, а вслед за ним через 40 минут с постоянной скоростью выехал автомобиль. Автомобиль догнал мотоцикл в пути на расстоянии 160 км от Гродно, а время, затраченное на весь путь от Гродно до Минска автомобилем, на 25% меньше времени, затраченного на этот путь мотоциклом. Сколько минут затратил на весь путь автомобиль?

ЗАНЯТИЕ №36

№1. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{4}{1 - \sin x}$.

№2. Вычислите $\frac{(3,2 - 1,7) : 0,003}{\left(\frac{29}{35} - \frac{3}{7}\right) \cdot 4 : 0,2} : \left(0,5 - \frac{1}{3}\right)$.

№3. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии сумма всех членов равна 12, а сумма первых трёх членов равна 10,5. Четвёртый член этой прогрессии равен:

- 1) 4; 2) $3/4$; 3) $3/2$; 4) $3/8$; 5) 1.

№4. Упростите выражение $\frac{c+1}{4c} \cdot \left(\frac{c}{c+1} - \frac{c^2}{1+2c+c^2} \right) - \frac{1}{4c+4}$.

№5. Найдите произведение корней уравнения $\frac{3x^2 - 5x - 2}{x - 2} = x^2 + 6x - 3$.

№6. Результат вычисления выражения $\frac{2\sin^2 229^\circ - 1}{\cos 53^\circ - \cos 37^\circ}$ равен:

- 1) 0,5; 2) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$; 3) $\sqrt{2}$; 4) -1; 5) 2.

№7. В равнобедренный треугольник ABC вписана окружность. Параллельно его основанию AC проведена касательная к окружности, пересекающая боковые стороны в точках D, E . Найдите радиус окружности, если $DE = 8, AC = 18$.

№8. Дана прямая призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, в основании которой лежит квадрат со стороной 2. Боковое ребро призмы равно $\frac{\sqrt{6}}{3}$. Найдите градусную меру угла между плоскостью треугольника $AB_1 C$ и плоскостью основания призмы.

№9. Найдите произведение корней уравнения

$$(x^2 + 3x + 3)(1 - 3x - x^2) + 21 = 0.$$

№10. Сколько целых решений имеет неравенство $x^2 + 2x + 2 \leq \frac{5}{x^2 + 2x - 2}$?

№11. Из города A в город B выезжает велосипедист, а через 3 ч после его выезда из города B навстречу ему выезжает мотоциклист, скорость которого в 3 раза больше, чем скорость велосипедиста. Велосипедист и мотоциклист встречаются посередине между A и B . Сколько часов затратит велосипедист на путь от A до B ?

№12. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла B проведена высота BP . Если выполнено условие $AB = PC$, то косинус угла A равен:

$$1) \frac{\sqrt{5}-1}{2}; \quad 2) \frac{\sqrt{5}+1}{4}; \quad 3) \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 4) \frac{\sqrt{3}-1}{2}; \quad 5) 0,5.$$

№13. Найдите корень уравнения

$$(x+4)+(x+9)+(x+14)+\dots+(x+54)=330.$$

№14. Найдите сумму (в градусах) корней уравнения

$$\sin 2x + \sqrt{0,25 - \cos 2x} = 0, \text{ лежащих на отрезке } [0^\circ; 360^\circ].$$

№15. Найдите сумму корней уравнения (или корень, если он единственный)

$$\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1} = \sqrt[6]{x^2-1}.$$

№16. Найдите сумму целых решений неравенства $\|3x+1\| + x+1 \leq 2$.

№17. По окружности длиной 60 м равномерно и в одном направлении движутся две точки. Одна из них делает полный оборот на 5 с скорее другой. При этом совпадения точек происходят каждый раз через 1 минуту. Определите скорость (м/с) более быстрой точки.

№18. Вычислите $1,364:0,124+3,25:1\frac{1}{2}\cdot\left(3,5-\frac{5}{6}\right):\frac{52}{90}$.

№19. Найдите ординату точки пересечения графиков функций $y=0,3^{2x-3}$ и $y=\left(3\frac{1}{3}\right)^x$.

$$1) 5/3; \quad 2) 5; \quad 3) 4/3; \quad 4) 3; \quad 5) 10/3.$$

№20. Значение выражения $\cos 10^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \sin 160^\circ$ равно:

$$1) \frac{\sqrt{3}}{4}; \quad 2) \frac{\sqrt{3}}{8}; \quad 3) \frac{\sqrt{2}}{4}; \quad 4) \frac{\sqrt{2}}{8}; \quad 5) 0,5.$$

№21. Найдите произведение корней уравнения $(x+3)(x+2)(x-1)x=10$.

№22. Найдите наибольшее целое число из области определения функции

$$y = \sqrt{\frac{7-2x}{25-20x+4x^2}}.$$

№23. Аквариум частично заполнен водой. За месяц 40% воды испарилось. При этом объём воздуха в аквариуме увеличился на 60%. Какую часть объёма аквариума занимала вода в конце месяца?

$$1) 0,32; \quad 2) 0,8; \quad 3) 0,42; \quad 4) 0,36; \quad 5) 0,6.$$

№24. В параллелограмме с острым углом 45° расстояния от точки пересечения диагоналей до неравных сторон параллелограмма равны $\sqrt{2}$ и 3. Найдите площадь параллелограмма.

№25. Основанием пирамиды служит треугольник со сторонами 15, 14 и 13. Боковые грани пирамиды образуют с её основанием равные двугранные углы по 30° . Найдите $\sqrt{3}V$, где V – объём пирамиды.

№26. Найдите сумму (в градусах) корней уравнения

$$\sin 2x - \cos 4x = \frac{14}{\pi} \arcsin \left(\sin \frac{6\pi}{7} \right), \text{ лежащих на отрезке } [0^\circ; 360^\circ].$$

№27. Найдите сумму корней уравнения $\sqrt[3]{x+8} + \sqrt[3]{8-x} = 1$.

№28. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равна 2, а высота равна $\sqrt{2}$. Найдите расстояние между боковым ребром и диагональю основания BD .

№29. Основание AB трапеции $ABCD$ вдвое длиннее боковой стороны AD и вдвое длиннее основания CD . Длина диагонали AC равна 12, а длина боковой стороны BC равна 15. Найдите площадь трапеции.

№30. Найдите сумму целых решений уравнения

$$x^2 \log_6 \sqrt{5x^2 - 2x - 3} - x \log_{\frac{1}{6}} (5x^2 - 2x - 3) = x^2 + 2x.$$

Ответы:

1	2	11	9	21	-5
2	375	12	1	22	3
3	2	13	1	23	4
4	0	14	420	24	24
5	-4	15	0	25	112
6	2	16	-1	26	270
7	6	17	4	27	0
8	30	18	21	28	1
9	-4	19	5	29	135
10	2	20	2	30	1

ЗАНЯТИЕ №37

№1. Найдите произведение наименьшего целого решения на количество всех целых решений неравенства $\frac{(x^3 - 360 + (x - 18)^2)(x + 6)}{x^2 - 17x + 66} \leq 0$.

№2. $SABCD$ – правильная четырехугольная пирамида, все ребра которой равны. Точка M лежит на ребре SA и делит его в отношении 3:2, считая от точки A . Найдите значение выражения $\frac{49}{\cos^2 \varphi}$, где φ – угол между прямыми CM, AD .

№3. Биссектриса угла ABC ($\angle ABC = 60^\circ$) параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону AD в точке H так, что $AH:HD = 3:1, BH = 6$. Найдите значение выражения S^2 , где S – площадь параллелограмма $ABCD$.

№4. Найдите (в градусах) наибольший отрицательный и наименьший положительный корни уравнения $\sin 6x \cdot \cos 6^\circ + \cos 6x \cdot \sin 6^\circ = -1$. В ответ запишите их произведение.

№5. Точка M лежит на оси ординат и равноудалена от точек $A(6; 2), B(-3; 4)$. Найдите координаты точки M .

№6. Вычислите $\sin 2\beta$, если $\cos \beta + \sin \beta = \frac{7}{17}$.

№7. Найдите сумму всех отрицательных членов арифметической прогрессии, у которой $a_{13} - a_8 = 15, a_{14} = 22$.

№8. Найдите сумму всех целых решений неравенства

$$|x^2 + 3x - 11| > x^2 + 3x - 11.$$

№9. Плоскости α, β пересекаются по прямой l . Расстояние от точки C , лежащей в плоскости α , до плоскости β в 18 раз меньше расстояния от точки C до прямой l . Найдите значение выражения $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \varphi}$, где φ – угол между плоскостями α, β .

№10. Из спичечного коробка взяли третью часть спичек, в результате в коробке осталось более 35 спичек. Если бы из коробка взяли 28 спичек, то их осталось бы меньше половины. Сколько спичек было в коробке первоначально?

№11. (РТ, 2012, В8) Автомобиль едет из пункта A в пункт B сначала 5 минут в гору, а затем 3 минуты с горы. Обратный же путь он проделывает за 16 минут. Во сколько раз быстрее автомобиль едет с горы, чем в гору?

№12. (ДРТ, 2018, A11) Расстояние между вершиной параболы, заданной уравнением $y=(x-2)^2-4$, и одной из точек пересечения ее с осью абсцисс равно:

- 1) $\sqrt{5}$; 2) $\sqrt{10}$; 3) $2\sqrt{5}$; 4) $\sqrt{2}$; 5) $3\sqrt{2}$.

№13. (A11) Найдите расстояние от точки $P(a;b)$ графика функции

$$f(x)=\frac{10x-2}{x+1} \text{ до оси ординат, если } b=16.$$

№14. (B6) Графики функций $f(x)=2x^2-2x-1$ и $g(x)=-5x^2+2x+3$ пересекаются в двух точках. Найдите коэффициенты a, b в уравнении прямой $y=ax+b$, проходящей через те же точки. В ответе укажите величину $a-b$.

№15. (B9) Центр окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, удален от концов ее большей боковой стороны на 15 и 20. Вычислите площадь трапеции.

№16. (B3) Найдите радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, один из углов которой равен 60° , а площадь равна $24\sqrt{3}$.

№17. (A15) На стороне BC прямоугольника $ABCD$ отметили точку M . Найдите площадь четырехугольника $AMCD$, если $AM=13, AB=12, BD=20$.

№18. (ДРТ, 2019, B5) Точки P, K лежат на сторонах AD и CD параллелограмма $ABCD$ так, что $AP:PD=2:3, CK:KD=3:1$. Площадь треугольника BPK равна 56. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

№19. (A17) Чему равен наименьший положительный период функции

$$y=\sin(\pi x+3)?$$

№20. (B7) Найдите наибольший отрицательный корень уравнения (в градусах) $(2\sqrt{3}+1)\sin^2 2x+(\sqrt{3}-2)\sin 2x\cos 2x=2\sqrt{3}$.

№21. Производная функции $y=-1,5x^2+3x+5$ в точке $x=5$ равна...

№22. Найдите $\max f(x) \cdot \min f(x)$ – произведение наибольшего и наименьшего значений функции $f(x)=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

№23. Найдите $f'(-2)$ для функции $f(x)=\left(\frac{x^2}{3}-3x\right)(x-6)$.

№24. Если $f(x)=\frac{x-12}{x-3}, g(x)=\frac{2x+12}{x-3}$, то сумма целых решений неравенства

$$f(x) < \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ равна....}$$

ЗАНЯТИЕ №38

№1. Найдите наименьший положительный период функции

$$y = 1 + \sin\left(\frac{2\pi x}{3} + 0,5\right).$$

№2. Вычислите $\left(0,48 - \frac{7}{30}\right) : \frac{0,074}{4^{-1} + 0,5} + 1,8 \cdot 2,5$.

№3. В арифметической прогрессии 100 членов, их сумма равна 200, а сумма членов с чётными номерами на 100 больше суммы членов с нечетными номерами. Найдите двадцатый член этой прогрессии.

№4. Найдите значение выражения $\frac{1}{\sin 170^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\sin 100^\circ}$.

№5. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения

$$(x-1)\sqrt{x^2 - 11x + 4} = x(2-2x).$$

№6. Найдите сумму корней уравнения $2\left(\frac{2}{x} - \frac{x}{3}\right) = \frac{4}{3} + \frac{2}{x^2} + \frac{x^2}{18}$.

№7. Сколько целых решений неравенства $\frac{x+2}{2x^2+7x+6} \leq \frac{3x+8}{2x^2+3x}$ удовлетворяют неравенству $1-x \geq 0$?

№8. Два велосипедиста выехали из пунктов A и B навстречу друг другу. Сколько километров между пунктами A и B , если известно, что один из них ехал со скоростью 15 км/ч, а второй, выехавший на 1 час позже первого, имел скорость 20 км/ч и встреча между ними произошла посередине пути?

№9. В трапеции с основаниями AD, BC точка пересечения диагоналей делит диагональ AC на отрезки 6 и 3. Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника ABC равна 12.

№10. Найдите значение выражения (в градусах)

$$\arccotg 1 + \arccotg 2 + \arccotg 3.$$

№11. В треугольной пирамиде $SABC$ ребро SC перпендикулярно рёбрам SA и SB . Найдите объём пирамиды, если $SA=7, SB=8, SC=3\sqrt{3}, AB=13$.

№12. Пассажир поезда знает, что на данном участке пути скорость поезда 40 км/ч. Как только мимо окна начал проходить встречный поезд, пассажир пустил секундомер и заметил, что встречный поезд проходит мимо окна в течение 3 с. Определите скорость встречного поезда (км/ч), если известно, что его длина 75 м.

№13. Найдите расстояние между корнями уравнения $|4x+15|=6$.

№14. Найдите число, если 20% его равны $\frac{2\frac{3}{4}:1,1+3\frac{1}{3}}{2,5-0,4\cdot 3\frac{1}{3}}:\frac{5}{7}$.

№15. Упростите выражение $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

№16. Найдите значение выражения $\frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}}-\frac{a^{\frac{1}{2}}-3a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}}$, если $a=81, b=16$.

№17. Упростите выражение $\operatorname{tg}^2(270^\circ+\alpha)\cdot\sin^2(180^\circ+\alpha)$.

1) $-\sin^2\alpha$; 2) $\cos^2\alpha$; 3) $\sin^2\alpha$; 4) $-\cos^2\alpha$; 5) -1.

№18. Найдите число целых решений неравенства $\frac{8x-65}{(x+2)(-8+x)}\leq 1$, удовлетворяющих условию $|x|<10$.

№19. Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды наклонено к плоскости основания под углом 45° . Найдите объём пирамиды, если ребро основания равно $6\sqrt{3}$.

1) $72\sqrt{6}$; 2) $108\sqrt{6}$; 3) $216\sqrt{6}$; 4) $180\sqrt{6}$; 5) $216\sqrt{2}$.

№20. Рабочий по плану должен был сделать 50 деталей. Сколько деталей нужно сделать рабочему, чтобы перевыполнить план на 10%?

№21. В равнобедренную трапецию вписана окружность радиуса 6. Найдите площадь трапеции, если точка касания делит боковую сторону на отрезки, отношение длин которых равно 4:1.

№22. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}=2$.

№23. В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами 10; 8 и 6. Боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом 45° . Найдите объём пирамиды.

№24. Найдите сумму (в градусах) корней уравнения $\sin 2x+\sin x+\cos x=1$, лежащих на отрезке $[0^\circ; 360^\circ]$.

№25. Окружность с центром O вписана в прямоугольный треугольник ABC . Она касается гипотенузы AB в точке M , причём $AM=12, BM=8$. Найдите площадь треугольника AOB .

№26. Число 74 разделили на некоторое натуральное число и получили, что делитель на 5 больше неполного частного, а неполное частное на 2 меньше остатка. Найдите остаток.

№27. Найдите число, принадлежащее множеству значений функции

$$y = \sqrt{-144x^2 - 48x - 4} - 4.$$

№28. Найдите значение выражения $6 \operatorname{ctg}(\arcsin 1 + \operatorname{arccctg} \frac{1}{2})$.

№29. Найдите диаметр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, если один из его катетов равен 20, а проекция другого катета на гипотенузу равна 9.

№30. Основание пирамиды – ромб, длина стороны которого 12. Боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 45° . Вычислите объём пирамиды, если её высота равна 3.

Ответы:

1	3	11	42	21	180
2	7	12	50	22	0
3	-59	13	3	23	40
4	4	14	35	24	450
5	-4	15	8	25	40
6	-6	16	4	26	8
7	3	17	2	27	-4
8	120	18	9	28	-12
9	36	19	2	29	25
10	90	20	55	30	72

ЗАНЯТИЕ №39

№1. Найдите абсциссу точки графика функции $f(x)=2x^2-5x-1$, в которой касательная к этому графику параллельна прямой $y=3x+1$.

№2. Вычислите $28S$, где S – площадь треугольника, образованного осями координат и касательной к графику функции $f(x)=x^3-x^2+6x-2$ в точке с абсциссой $x=1$.

№3. Уравнение прямой, проходящей через точку $(2; -5)$ и образующей угол 135° с положительным направлением оси Ox , имеет вид...

№4. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений функции

$y=x^3+1,5x^2-6x$ на отрезке $[-3;0]$: 1) -3,5; 2) 6,5; 3) 10; 4) 14,5; 5) 1.

№5. Укажите тангенс угла наклона касательной к графику функции $y=3x^2-5x-1$ в точке $x=3$ к положительному направлению оси абсцисс:

1) 11; 2) 13; 3) -2; 4) 3; 5) 12.

№6. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x)=x^2-5x+4$, параллельной прямой $y=3x+1$.

№7. Найдите абсциссу точки графика функции $f(x)=x^3-3x^2-8x+5$, в которых касательная наклонена к оси Ox под углом 45° (если таких точек несколько, то найдите сумму абсцисс этих точек).

№8. Составьте уравнение горизонтальной касательной к графику функции

$f(x)=-x^2-4x+5$. В ответ запишите сумму углового коэффициента и свободного члена полученного уравнения.

№9. Составьте уравнение прямой, составляющей с положительным направлением оси Ox угол 60° и проходящей через точку пересечения прямых $y=3x+2$, $y=2x-1$.

№10. Найдите удвоенную площадь фигуры, ограниченной касательными к графику функции $y=2x^2-3x-1$, проведенными в точках $x=-1$, $x=2$, и осью ординат.

№11. Найдите сумму максимумов функции $y=|x^2-6|x|+5|$.

№12. Точка максимума функции $y=\frac{x^3}{3}-2x^2-5x-1$ равна...

№13. Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y=\frac{2}{x-1}$ в точке с абсциссой $x=2$, равна ...

№14. Из функций 1 $y=x^2+1$; 2 $y=\sin x$; 3 $y=x^3$; 4 $y=x^2-2x+5$;

5. $y = x - 1$ выберите функцию, имеющую минимум в точке $x = 1$.

№15. К графику функции $y = 2x^2 + \sqrt{3}x - 9$ проведены касательные в точках графика с абсциссами $x_1 = \frac{-1 + \sqrt{3}}{4}$, $x_2 = 0$. Найдите угол между данными касательными в градусах.

№16. На сторонах CD, AD параллелограмма $ABCD$ взяты точки K, M соответственно так, что $CK:KD = 3:1$, $AM:DM = 1:2$. Отрезки BK, CM пересекаются в точке P . Найдите площадь треугольника CPK , если площадь параллелограмма $ABCD$ равна 96.

№17. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 360. На сторонах AB, BC, CD, AD взяты точки P, M, N, L соответственно так, что $AP:PB = 3:2$, M – середина BC ,

$CN:DN = 1:4$, $AL:LD = 5:4$. Найдите площадь четырехугольника $PMNL$.

№18. Сторона параллелограмма равна одной из его диагоналей и равна 8. Длина второй диагонали параллелограмма равна $8\sqrt{2}$. Найдите площадь параллелограмма S . В ответ запишите $\sqrt{7}S$.

№19. Могут ли три различные плоскости пересекаться только:

А) в одной точке; Б) в двух точках; В) по одной прямой; Г) по двум пересекающимся прямым?

1) А, Б; 2) А, В; 3) Б, Г; 4) А, В, Г; 5) Б, В, Г.

№20. Для начала каждого из предложений А – В подберите его окончание 1 – 6 так, чтобы получилось верное утверждение.

А) Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с измерениями 2, 4 и $3\sqrt{3}$ равна...

Б) Площадь поверхности правильной треугольной призмы со стороной основания 4 и боковым ребром 6 равна...

В) Площадь поверхности правильной треугольной пирамиды со стороной основания 6 и боковым ребром 5 равна...

1) $8(9 + \sqrt{3})$ 2) $4(6 + 9\sqrt{3})$ 3) $9(4 + \sqrt{3})$

4) $2(18 + \sqrt{3})$ 5) $4(4 + 9\sqrt{3})$ 6) $18(4 + \sqrt{3})$

ЗАНЯТИЕ №40

№1. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника равна 1620° . Чему равно число его сторон?

№2. Высота правильной треугольной пирамиды $5\sqrt{3}$, сторона основания 12. Чему равен объем пирамиды?

№3. Вычислите $\frac{(3,2-1,7):0,003}{\left(\frac{29}{35}-\frac{3}{7}\right)\cdot 4:0,2}:(0,5-\frac{1}{3})$.

№4. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии сумма всех членов равна 12, а сумма первых трёх членов равна 10,5. Найдите четвёртый член этой прогрессии.

1) 4; 2) $3/4$; 3) $3/2$; 4) $3/8$; 5) 1.

№5. Найдите большее из произведений $xу$, где $(x; y)$ – решение системы

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{2x-y}{x+y}} - 3\sqrt{\frac{x+y}{2x-y}} = -2, \\ (x+1)^2 - 3y^2 + 2 = 0. \end{cases}$$

№6. Найдите значение выражения $\cos 36^{\circ} - \sin 18^{\circ}$.

1) $\frac{\sqrt{3}}{4}$; 2) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; 3) $1/2$; 4) $1/4$; 5) $1/8$.

№7. Найдите произведение корней уравнения

$$(x^2 + 3x + 3)(1 - 3x - x^2) + 21 = 0.$$

№8. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла B проведена высота BP . Найдите косинус угла A , если выполнено условие $AB = PC$.

1) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$; 2) $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$; 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$; 5) 0,5.

№9. Радиус окружности, описанной около основания правильной треугольной призмы, равен 2, а её объём равен $27\sqrt{3}$. Найдите высоту призмы.

№10. Укажите количество целых чисел k , при которых дробь $\frac{8k^2+18k+9}{2k+5}$ является также целым числом.

№11. Сколько целых решений имеет неравенство $x^2 + 2x + 2 \leq \frac{5}{x^2 + 2x - 2}$?

№12. Найдите сумму (в градусах) корней уравнения

$$\sin 2x + \sqrt{0,25 - \cos 2x} = 0, \text{ лежащих на отрезке } [0^{\circ}; 360^{\circ}].$$

№13. В равнобедренном треугольнике ABC через вершины основания B, C и точку N , которая является серединой высоты, проведенной к основанию, проведены прямые CD, BE ($D \in AB; E \in AC$). Найдите площадь треугольника ABC , если площадь четырехугольника $AEND$ равна 3.

№14. Первый турист, проехав 1,5 ч на велосипеде со скоростью 16 км/ч, делает остановку на 1,5 ч, а затем продолжает путь с первоначальной скоростью. Спустя 4 ч после отправки в дорогу первого туриста вдогонку ему выезжает на мотоцикле второй турист со скоростью 56 км/ч. Какое расстояние они проедут (км), прежде чем второй турист догонит первого?

№15. Найдите сумму корней уравнения $2x^2 + 6x + 5 = 0$.

1) -3; 2) 3; 3) 2,5; 4) -2,5; 5) другой ответ.

№16. Найдите значение выражения $\frac{6}{\sqrt{6}-\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}+1} - 2\sqrt{6}$.

№17. Вычислите
$$\frac{\left(\left(6,2 : 0,31 - \frac{5}{9} \cdot 0,9 \right) \cdot 0,2 + 0,15 \right) : 0,04}{\left(2 + 1 \frac{4}{11} \cdot 0,22 : 0,1 \right) \cdot \frac{1}{33}}.$$

№18. Упростите выражение $\left(\frac{2a+b}{a-2b} + \frac{2a-b}{a+2b} \right) : \frac{a^2+b^2}{a^2-4b^2}$.

№19. Найдите среднее арифметическое всех корней уравнения

$$\frac{2x^2 + 10x - 28}{x+1} = 2x^2 - 5x + 2.$$

1) 5/6; 2) -0,25; 3) 0; 4) 0,25; 5) 1/3.

№20. Найдите значение выражения
$$\frac{\sqrt{\sqrt{a}-\sqrt{b}-\sqrt[4]{b}} \cdot \sqrt{\sqrt{a}-\sqrt{b}+\sqrt[4]{b}}}{\left(\left(1 + \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 - 4\sqrt{\frac{b}{a} - \frac{\sqrt{b}}{a}} \right)^{\frac{1}{2}}}$$

при $a=1,21, b=1,11$.

1) 1; 2) 0,1; 3) 1,21; 4) 1,1; 5) 2,32.

№21. Найдите значение выражения $\frac{\sin 2\alpha - \cos 2\alpha}{\cos 2\alpha + \sin 2\alpha}$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 0,5$.

№22. Длина бокового ребра треугольной призмы равна 5. К нему примыкают две смежные грани, площади которых соответственно равны 12 и 15 и плоскости которых образуют угол 30° . Найдите объем призмы.

№23. Найдите остаток от деления многочлена

$$x^{100} - x^{99} + x^{98} - x^{97} + \dots + x^2 - x + 1$$
 на двучлен $x+1$.

№24. Чему равно количество целых решений неравенства $\frac{25}{x^2-4x} \geq x^2-4x$?

№25. Биссектриса острого угла равнобедренной трапеции делит боковую сторону на отрезки 10 и 15, считая от меньшего основания трапеции, равного 3. Найдите площадь трапеции.

№26. В трапеции $KLMN$ основание KN равно 14, боковая сторона MN равна $7\sqrt{3}$. Окружность, проходящая через точки K, L, M , пересекает сторону KN в точке P . Найдите длину отрезка LP , если величина угла KPL равна 60° .

№27. Вычислите $\sqrt{5} \cos \left(\operatorname{arccctg} \left(\frac{-1}{2} \right) \right)$.

№28. Найдите произведение целых решений неравенства

$$|x^2 - 5x + 4| + (x - 2,5)^2 \leq 2,25.$$

№29. Найдите натуральное решение уравнения

$$\frac{x-1}{x^2} + \frac{x-2}{x^2} + \frac{x-3}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^2} = \frac{7}{15}.$$

№30. Найдите сумму всех решений уравнения $\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{2x-6} = 2$.

№31. Найдите количество решений уравнения $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{15}{8} \cos 2x - \frac{1}{2}$ на отрезке $\left[-\pi; \frac{\pi}{2} \right]$.

№32. Доля учеников класса, не сдавших экзамен по математике, находится в пределах от 2,36% до 3,44%. Найдите минимально возможное число учеников в классе.

№33. Найдите сумму цифр наименьшего натурального числа, которое при делении на 5; 6 и 7 даёт в остатке соответственно 1; 4 и 3.

Ответы:

1	11	12	420	23	101
2	180	13	18	24	2
3	375	14	56	25	360
4	2	15	5	26	7
5	18	16	2	27	-1
6	3	17	660	28	24
7	-4	18	4	29	15
8	1	19	1	30	37
9	9	20	4	31	3
10	4	21	7	32	30
11	2	22	9	33	10

ЗАНЯТИЕ №41

№1. Сумма корней (или корень, если он один) уравнения $f'(x)=0$, где $f(x)=x^2+6x+8$ принадлежит промежутку:

1) $[-5; -3]$; 2) $(-7; -5)$; 3) $[-3; 0]$; 4) $(-3; 3)$; 5) $]$.

№2. Найдите абсциссу точки графика функции $f(x)=2x^2-5x-1$, в которой касательная к этому графику параллельна прямой $y=3x+1$.

№3. Найдите значение выражения $f'(-2)+f'(-4)$, где $f(x)=\frac{2x-1}{x+3}$.

№4. Вычислите $28S$, где S – площадь треугольника, образованного осями координат и касательной к графику функции $f(x)=x^3-x^2+6x-2$ в точке с абсциссой $x=1$.

№5. При каких значениях x производная функции $f(x)=\frac{-x^3}{3}+x^2+8x+\pi$ принимает отрицательные значения?

№6. Тело массой 2 кг движется прямолинейно по закону $s(t)=2t^3-3t^2+7t$. Найдите кинетическую энергию тела в момент времени $t=2$ с (s измеряется в метрах).

№7. Уравнение прямой, проходящей через точку $(2; -5)$ и образующей угол 135° с положительным направлением оси Ox , имеет вид...

№8. Промежутком (или промежутками) возрастания функции $y=2x^2+5x-\frac{x^3}{3}$ является...

Для самоконтроля: $y=\frac{x^4}{4}-8x^2+3$.

№9. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений функции $y=x^3+1,5x^2-6x$ на отрезке $[-3; 0]$: 1) -3,5; 2) 6,5; 3) 10; 4) 14,5; 5) 1.

№10. Укажите тангенс угла наклона касательной к графику функции $y=3x^2-5x-1$ в точке $x=3$ к положительному направлению оси абсцисс:

1) 11; 2) 13; 3) -2; 4) 3; 5) 12.

№11. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x)=x^2-5x+4$, параллельной прямой $y=3x+1$.

№12. Найдите абсциссу точки графика функции $f(x)=x^3-3x^2-8x+5$, в которых касательная наклонена к оси Ox под углом 45° (если таких точек несколько, то найдите сумму абсцисс этих точек).

№13. Материальная точка движется по закону $s(t)=\frac{t^3}{3}+3t^2-7t+2$. В какой момент времени скорость точки будет равна нулю?

№14. Тело массой 3 кг движется прямолинейно по закону $s(t)=5t^3-2t^2+t$. Найдите силу, действующую на тело, в момент времени $t=3$ с.

№15. Составьте уравнение горизонтальной касательной к графику функции $f(x)=-x^2-4x+5$. В ответ запишите сумму углового коэффициента и свободного члена полученного уравнения.

№16. Найдите произведение корней уравнения $-6f'(x)+5f(x)+1=0$, если

$$f(x)=\frac{1}{x-1}.$$

№17. Составьте уравнение прямой, составляющей с положительным направлением оси Ox угол 60° и проходящей через точку пересечения прямых $y=3x+2$, $y=2x-1$.

№18. Найдите удвоенную площадь фигуры, ограниченной касательными к графику функции $y=2x^2-3x-1$, проведенными в точках $x=-1$, $x=2$, и осью ординат.

№19. Найдите сумму максимумов функции $y=|x^2-6x|+5|$.

№20. Точка максимума функции $y=\frac{x^3}{3}-2x^2-5x-1$ равна...

№21. Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = \frac{2}{x-1}$ в точке с абсциссой $x=2$, равна ...

№22. Материальная точка движется прямолинейно и ее движение описывается формулой $s(t) = -t^3 + 18t^2 - 60t$. Найдите наибольшую скорость движения.

№23. Из функций 1 $y = x^2 + 1$; 2 $y = \sin x$; 3 $y = x^3$; 4 $y = x^2 - 2x + 5$;

5 $y = x - 1$ выберите функцию, имеющую минимум в точке $x=1$.

№24. К графику функции $y = 2x^2 + \sqrt{3}x - 9$ проведены касательные в точках графика с абсциссами $x_1 = \frac{-1+\sqrt{3}}{4}$, $x_2 = 0$. Найдите угол между данными касательными в градусах.

№25. Найдите абсциссу точки графика функции $f(x) = 2x^2 - 5x - 1$, в которой касательная к этому графику параллельна прямой $y = 3x + 1$.

№26. Вычислите $28S$, где S – площадь треугольника, образованного осями координат и касательной к графику функции $f(x) = x^3 - x^2 + 6x - 2$ в точке с абсциссой $x=1$.

№27. Уравнение прямой, проходящей через точку $(2; -5)$ и образующей угол 135° с положительным направлением оси Ox , имеет вид...

№28. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений функции $y = x^3 + 1,5x^2 - 6x$ на отрезке $[-3; 0]$: 1) -3,5; 2) 6,5; 3) 10; 4) 14,5; 5) 1.

№29. Укажите тангенс угла наклона касательной к графику функции $y = 3x^2 - 5x - 1$ в точке $x=3$ к положительному направлению оси абсцисс:

1) 11; 2) 13; 3) -2; 4) 3; 5) 12.

№30. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 - 5x + 4$, параллельной прямой $y = 3x + 1$.

№31. Найдите абсциссу точки графика функции $f(x) = x^3 - 3x^2 - 8x + 5$, в которых касательная наклонена к оси Ox под углом 45° (если таких точек несколько, то найдите сумму абсцисс этих точек).

№32. Составьте уравнение горизонтальной касательной к графику функции $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. В ответ запишите сумму углового коэффициента и свободного члена полученного уравнения.

№33. Составьте уравнение прямой, составляющей с положительным направлением оси Ox угол 60° и проходящей через точку пересечения прямых $y = 3x + 2$, $y = 2x - 1$.

№34. Найдите удвоенную площадь фигуры, ограниченной касательными к графику функции $y = 2x^2 - 3x - 1$, проведенными в точках $x = -1$, $x = 2$, и осью ординат.

№35. Найдите сумму максимумов функции $y = |x^2 - 6|x| + 5|$.

№36. Точка максимума функции $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 5x - 1$ равна...

№37. Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = \frac{2}{x-1}$ в точке с абсциссой $x=2$, равна ...

№38. Из функций 1 $y = x^2 + 1$; 2 $y = \sin x$; 3 $y = x^3$; 4 $y = x^2 - 2x + 5$;

5 $y = x - 1$ выберите функцию, имеющую минимум в точке $x=1$.

№39. К графику функции $y = 2x^2 + \sqrt{3}x - 9$ проведены касательные в точках графика с абсциссами $x_1 = \frac{-1+\sqrt{3}}{4}$, $x_2 = 0$. Найдите угол между данными касательными в градусах.

ЗАНЯТИЕ №42

№1. Чему равна диагональ квадрата, если площадь квадрата равна 338?

№2. Чему равна площадь поверхности куба, если диагональ куба равна 9?

№3. Вычислите $\left(6 - \frac{(1,7+5:6,25) \cdot 7}{0,0125 \cdot 8 + 6,9}\right) : \frac{7}{6} + 12,5 \cdot 0,64$.

№4. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии сумма всех членов равна 27, а сумма первых трёх членов равна 26. Четвёртый член этой прогрессии равен:

1) $2/9$; 2) $4/3$; 3) $2/3$; 4) $1/3$; 5) 1,66.

№5. Результат упрощения выражения $\frac{27a^3-1}{3a^2+2a-1} - \frac{3a+10}{a+1}$ равен:

1) 9; 2) $\frac{9}{a-1}$; 3) -9; 4) $9a-9$; 5) $9a+9$.

№6. Чему равно значение выражения $16 \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ$?

№7. Найдите произведение корней уравнения

$$4\sqrt{2x^2+3x+6} = (x+1)(2x+1).$$

1) -19; 2) 2,5; 3) 23,75; 4) -23,75; 5) -9,5.

№8. Решите систему
$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 21, \\ 2x - y = 7. \end{cases}$$

В ответе укажите значение выражения $x+y$.

№9. Площадь равнобедренной трапеции, описанной около окружности, равна $98\sqrt{3}$. Найдите длину средней линии трапеции, если угол при меньшем основании равен 120° .

№10. Найдите сумму корней уравнения $\sqrt{(x-1)^2(x-4)} = |x-1|\sqrt{16-x^2}$.

№11. Найдите наибольшее отрицательное решение неравенства

$$\frac{7}{29} \cdot \frac{2-x}{x+2} \geq \frac{29}{7} \cdot \frac{2x-3}{4x-1}.$$

№12. После двух последовательных повышений зарплата возросла в 7 раз. На сколько процентов повысилась зарплата в первый раз, если второе повышение было в 4 раза больше первого?

№13. Точка касания окружности, вписанной в равнобедренный треугольник, делит одну из боковых сторон на отрезки, равные 3 и 4, считая от основания. Найдите периметр треугольника.

№14. В треугольной пирамиде $SABC$ ребра SA, SB, SC взаимно перпендикулярны. Чему равен объем пирамиды, если площади граней SAB, SAC, SBC равны 8, 4, 9 соответственно.

№15. Чему равен внешний угол треугольника, смежный с меньшим внутренним углом (в градусах), если внутренние углы треугольника относятся как 2:6:4?

№16. Объем куба равен $16\sqrt{2}$. Чему равен радиус описанного около него шара?

- 1) $\sqrt{6}$; 2) $2\sqrt{6}$; 3) 4; 4) $2\sqrt{3}$; 5) 6.

№17. Чему равен результат упрощения выражения $\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$?

№18. Чему равна сумма всех натуральных чисел, больших 4 и не превосходящих 171, которые при делении на 4 дают в остатке 3?

№19. Найдите значение выражения $x^4+y^4+x^2y-y^2x$, если $x-y=3$ и $xy=1$.

№20. Найдите значение выражения $\frac{\sin 50^\circ + 2 \sin 10^\circ}{\cos 50^\circ}$.

- 1) 1; 2) 2; 3) $\sqrt{3}$; 4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 5) 0,5.

№21. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения

$$x(x+9) \cdot \sqrt{-x^2-12x-35} = -18 \cdot \sqrt{-x^2-12x-35}.$$

№22. Решите систему
$$\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 12, \\ x - 2y = 3. \end{cases}$$

В ответе укажите значение выражения $x+y$.

№23. Диагональ правильной четырехугольной призмы равна 3,5, а диагональ боковой грани – 2,5. Найдите объем призмы.

№24. В параллелограмме с острым углом 45° расстояния от точки пересечения диагоналей до неравных сторон параллелограмма равны $\sqrt{2}$ и 3. Найдите площадь параллелограмма.

№25. Найдите сумму корней уравнения $\frac{30x}{0,2x^2+2x+10} - \frac{16x}{0,2x^2+x+10} = 2$.

№26. Найдите произведение корней (или корень, если он единственный) уравнения $\log_3(x(x-8)) = \log_3 \frac{x}{x-8} + 4$.

№27. Найдите сумму (в градусах) корней уравнения

$$\sin 2x - \cos 4x = \frac{14}{\pi} \arcsin \left(\sin \frac{6\pi}{7} \right), \text{ лежащих на отрезке } [0^\circ; 360^\circ].$$

№28. Найдите сумму наибольших целых значений из области определения и области значений функции $y = \sqrt{16 - 6x - x^2}$.

№29. В треугольник со сторонами 6, 10 и 12 вписана окружность. К окружности проведена касательная так, что она пересекает две большие стороны. Найдите периметр отсеченного треугольника.

№30. Два велосипедиста выехали одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. Через 4 часа после встречи велосипедист, ехавший из A , прибыл в B , а через 9 часов после встречи велосипедист, ехавший из B , прибыл в A . Сколько часов был в пути каждый велосипедист? В ответ запишите большее время.

Ответы:

1	26	11	-3	21	-18
2	162	12	75	22	6
3	11	13	20	23	3
4	3	14	8	24	24
5	4	15	150	25	15
6	1	16	2	26	-17
7	5	17	4	27	270
8	5	18	3738	28	7
9	14	19	122	29	16
10	5	20	3	30	15

ЗАНЯТИЕ №43

№1. Если 70% числа составляют $\sqrt{(4\sqrt{3}-7)^2} + \sqrt{(4\sqrt{3}+7)^2}$, то это число равно...

№2. Сумма корней уравнения $\frac{x^2-7x+12}{x-3} = x^2+8x+2$ равна...

№3. Найдите число целых решений неравенства

$$\frac{1}{x^2-11x+28} \leq \frac{8x-37}{(x^2-8x+16)(x^2-9x+14)}.$$

№4. Из пункта A в пункт B вышел пешеход. Вслед за ним через 2 ч из A выехал велосипедист, а еще через 30 минут – мотоциклист. Пешеход, велосипедист и мотоциклист двигались без остановок и равномерно. Через некоторое время оказалось, что все трое преодолели одинаковую часть пути от A до B . На сколько минут раньше пешехода велосипедист прибыл в пункт B , если пешеход прибыл в B на 1 час позже мотоциклиста?

№5. В треугольнике ABC проведена биссектриса AP . Известно, что

$BP=16, PC=20$ и центр окружности, описанной около треугольника ABP , лежит на отрезке AC . Найдите AB .

№6. Высота BD треугольника ABC равна 18 и делит угол B на части в отношении 2:1, а AC – на части, большая из которых равна 24. Найдите площадь треугольника ABC .

№7. Найдите количество корней уравнения

$$\sin^3 x - 3 \cos^2 x \cdot \sin x + 0,5 \sin x \cdot \sin 2x - 3 \cos^3 x = 0,$$

принадлежащих промежутку $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.

№8. Найдите сумму корней (в градусах) уравнения

$$\frac{1}{\cos^2 x} - \operatorname{ctg}^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{\sin 2x}{\sin^2 x}, \text{ принадлежащих отрезку } [-\pi; \pi].$$

№9. Найдите число корней уравнения $\cos^2 x + 3 \sin^2 x - 1 = \sqrt{3} \sin 2x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

№10. Из пункта A в пункт B одновременно выехали два велосипедиста.

Когда первый проехал $\frac{1}{4}$ всего пути, второму до середины пути оставалось 24 км. Когда же второй велосипедист преодолел $\frac{3}{4}$ всего пути, первому оставалось проехать 45 км. Найдите расстояние между пунктами A и B .

№11. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник ABC , у которого катет $AC=12$ и противолежащий катету угол $\beta = \operatorname{arctg} \frac{3}{2}$. Через точку

M гипотенузы AB ($BM:MA=1:3$) перпендикулярно к ней проведено сечение. Если высота призма $6\sqrt{13}$, то площадь сечения равна...

№12. Найдите корень (или произведение корней, если их несколько) уравнения $\frac{(\sqrt{2}-x)\sqrt{\sqrt{2}-x}-(x+\sqrt{8})\sqrt{x+\sqrt{8}}}{\sqrt{\sqrt{2}-x}-\sqrt{x+\sqrt{8}}}=3\sqrt{2}$.

№13. Папа и сын, двигаясь в одном направлении по стадиону, встречаются каждые 12 минут. Если они выедут из одной точки одновременно в противоположных направлениях, то встретятся через 3 минуты. Сколько минут необходимо сыну, чтобы сделать круг по стадиону, если известно, что он движется медленнее отца?

№14. В параллелограмме острый угол равен 60° . Найдите отношение длин смежных сторон, если отношение квадратов диагоналей равно $1/3$.

№15. Сколько целых решений неравенства $\frac{x^2-5x-6}{2x^2+3x+1} \leq \frac{18-3x}{2x^2+xx}$ удовлетворяют неравенству $|x| < 4$?

№16. В треугольнике ABC угол B равен 60° , $AB=4$, $BC=6$, проведена биссектриса BD . Найдите площадь треугольника ABD , увеличенную в 10 раз.

№17. Чему равно произведение корней уравнения

$$\sqrt{2x^2-3x+7}=(2x-1)(x-1)?$$

№18. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла A к гипотенузе $BC=12$ проведена биссектриса $AK=\frac{7}{\sqrt{2}}$. Найдите радиус вписанной окружности r треугольника ABC и в ответе укажите значение $12r$.

№19. Число членов геометрической прогрессии чётно. Сумма всех ее членов в три раза больше суммы членов, стоящих на нечётных местах. Найдите знаменатель прогрессии.

№20. Поле разделено на три участка. За день были вспаханы половина первого и $3/4$ второго участков, а третий участок, который составляет четвертую часть всего поля, был вспахан полностью. Вспаханная за день площадь поля в два раза больше площади второго участка. Какую часть поля составляет площадь, вспаханная за день?

ЗАНЯТИЕ №44

№1. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника равна 1620° . Чему равно число его сторон?

№2. Высота правильной треугольной пирамиды $5\sqrt{3}$, сторона основания 12. Чему равен объем пирамиды?

№3. Вычислите $\frac{(3,2-1,7):0,003}{\left(\frac{29}{35}-\frac{3}{7}\right)\cdot 4:0,2}:(0,5-\frac{1}{3})$.

№4. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии сумма всех членов равна 12, а сумма первых трёх членов равна 10,5. Найдите четвёртый член этой прогрессии.

1) 4; 2) $3/4$; 3) $3/2$; 4) $3/8$; 5) 1.

№5. Найдите большее из произведений $xу$, где $(x; y)$ – решение системы

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{2x-y}{x+y}} - 3\sqrt{\frac{x+y}{2x-y}} = -2, \\ (x+1)^2 - 3y^2 + 2 = 0. \end{cases}$$

№6. Найдите значение выражения $\cos 36^{\circ} - \sin 18^{\circ}$.

1) $\frac{\sqrt{3}}{4}$; 2) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; 3) $1/2$; 4) $1/4$; 5) $1/8$.

№7. Найдите произведение корней уравнения

$$(x^2 + 3x + 3)(1 - 3x - x^2) + 21 = 0.$$

№8. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла B проведена высота BP . Найдите косинус угла A , если выполнено условие $AB = PC$.

1) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$; 2) $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$; 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$; 5) 0,5.

№9. Радиус окружности, описанной около основания правильной треугольной призмы, равен 2, а её объём равен $27\sqrt{3}$. Найдите высоту призмы.

№10. Укажите количество целых чисел k , при которых дробь $\frac{8k^2+18k+9}{2k+5}$ является также целым числом.

№11. Сколько целых решений имеет неравенство $x^2 + 2x + 2 \leq \frac{5}{x^2 + 2x - 2}$?

№12. Найдите сумму (в градусах) корней уравнения

$\sin 2x + \sqrt{0,25 - \cos 2x} = 0$, лежащих на отрезке $[0^\circ; 360^\circ]$.

№13. В равнобедренном треугольнике ABC через вершины основания B, C и точку N , которая является серединой высоты, проведенной к основанию, проведены прямые CD, BE ($D \in AB; E \in AC$). Найдите площадь треугольника ABC , если площадь четырехугольника $AEND$ равна 3.

№14. Первый турист, проехав 1,5 ч на велосипеде со скоростью 16 км/ч, делает остановку на 1,5 ч, а затем продолжает путь с первоначальной скоростью. Спустя 4 ч после отправки в дорогу первого туриста вдогонку ему выезжает на мотоцикле второй турист со скоростью 56 км/ч. Какое расстояние они проедут (км), прежде чем второй турист догонит первого?

№15. Найдите сумму корней уравнения $2x^2 + 6x + 5 = 0$.

1) -3; 2) 3; 3) 2,5; 4) -2,5; 5) другой ответ.

№16. Найдите значение выражения $\frac{6}{\sqrt{6}-\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}+1} - 2\sqrt{6}$.

№17. Вычислите $\frac{\left(\left(6,2 : 0,31 - \frac{5}{9} \cdot 0,9 \right) \cdot 0,2 + 0,15 \right) : 0,04}{\left(2 + 1 \frac{4}{11} \cdot 0,22 : 0,1 \right) \cdot \frac{1}{33}}$.

№18. Упростите выражение $\left(\frac{2a+b}{a-2b} + \frac{2a-b}{a+2b} \right) : \frac{a^2+b^2}{a^2-4b^2}$.

№19. Найдите среднее арифметическое всех корней уравнения

$$\frac{2x^2 + 10x - 28}{x+1} = 2x^2 - 5x + 2.$$

1) 5/6; 2) -0,25; 3) 0; 4) 0,25; 5) 1/3.

№20. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{\sqrt{a}-\sqrt{b}-\sqrt[4]{b}} \cdot \sqrt{\sqrt{a}-\sqrt{b}+\sqrt[4]{b}}}{\left(1 + \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 - 4\sqrt{\frac{b}{a}} - \frac{\sqrt{b}}{a}}^{\frac{1}{2}}$

при $a=1,21, b=1,11$.

1) 1; 2) 0,1; 3) 1,21; 4) 1,1; 5) 2,32.

№21. Найдите значение выражения $\frac{\sin 2\alpha - \cos 2\alpha}{\cos 2\alpha + \sin 2\alpha}$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 0,5$.

№22. Длина бокового ребра треугольной призмы равна 5. К нему примыкают две смежные грани, площади которых соответственно равны 12 и 15 и плоскости которых образуют угол 30° . Найдите объем призмы.

№23. Найдите остаток от деления многочлена

$$x^{100} - x^{99} + x^{98} - x^{97} + \dots + x^2 - x + 1 \text{ на двучлен } x+1.$$

№24. Чему равно количество целых решений неравенства $\frac{25}{x^2-4x} \geq x^2-4x$?

№25. Биссектриса острого угла равнобедренной трапеции делит боковую сторону на отрезки 10 и 15, считая от меньшего основания трапеции, равного 3. Найдите площадь трапеции.

№26. В трапеции $KLMN$ основание KN равно 14, боковая сторона MN равна $7\sqrt{3}$. Окружность, проходящая через точки K, L, M , пересекает сторону KN в точке P . Найдите длину отрезка LP , если величина угла KPL равна 60° .

№27. Вычислите $\sqrt{5} \cos \left(\operatorname{arccctg} \left(\frac{-1}{2} \right) \right)$.

№28. Найдите произведение целых решений неравенства

$$|x^2-5x+4|+(x-2,5)^2 \leq 2,25.$$

№29. Найдите натуральное решение уравнения

$$\frac{x-1}{x^2} + \frac{x-2}{x^2} + \frac{x-3}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^2} = \frac{7}{15}.$$

№30. Найдите сумму всех решений уравнения $\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{2x-6} = 2$.

№31. Найдите количество решений уравнения $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{15}{8} \cos 2x - \frac{1}{2}$ на отрезке $\left[-\pi; \frac{\pi}{2} \right]$.

№32. Доля учеников класса, не сдавших экзамен по математике, находится в пределах от 2,36% до 3,44%. Найдите минимально возможное число учеников в классе.

№33. Найдите сумму цифр наименьшего натурального числа, которое при делении на 5; 6 и 7 даёт в остатке соответственно 1; 4 и 3.

Ответы:

1	11	12	420	23	101
2	180	13	18	24	2
3	375	14	56	25	360
4	2	15	5	26	7
5	18	16	2	27	-1
6	3	17	660	28	24
7	-4	18	4	29	15
8	1	19	1	30	37
9	9	20	4	31	3

10	4	21	7	32	30
11	2	22	9	33	10

ЗАНЯТИЕ №45

№1. Вынесите множитель из-под знака корня $\sqrt{48a^6}$, если $a < 0$.

№2. Решите уравнение $\sqrt{x^2-3x-10} \cdot \sqrt{x^2+3x-10} = 0$. В ответ запишите произведение корней (корень, если он единственный).

№3. Наименьшее значение функции $y = x^2 + 6x$ на отрезке $[-4; 3]$ равно...

№4. Сумма всех целых значений x , не принадлежащих области определения функции $y = \sqrt{1 - \frac{x-13}{4x-3-x^2}}$ равна...

№5. Найдите площадь фигуры, ограниченной прямыми

$x = 16 - 2y$, $y = 0,5x + 4$ и осью ординат.

№6. Две автомашины выехали одновременно из одного и того же пункта в одном и том же направлении: одна – со скоростью 40 км/ч, а другая – 50 км/ч. Спустя полчаса из того же пункта в том же направлении выехала третья машина, которая обогнала сначала первую, а еще через 1 час 30 минут – вторую машину. Найдите скорость третьей машины.

№7. Найдите количество корней уравнения

$$\sin^3 x - 3 \cos^2 x \cdot \sin x + 0,5 \sin x \cdot \sin 2x - 3 \cos^3 x = 0,$$

принадлежащих промежутку $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.

№8. Точки M, N, K расположены соответственно на сторонах AB, AC, BC треугольника ABC так, что $AM:MB=3:1, AN:NC=5:1, CK:KB=3:5$. Отрезки AK, MN пересекаются в точке L . Найдите отношение $\frac{AL}{LK}$.

№9. Найдите сумму длин отрезков, все точки которых являются решением неравенства $\frac{x^2-6x+5}{x+1} > x^2-2x+1$.

№10. Радиусы вписанной и описанной окружностей прямоугольного треугольника соответственно равны 2 и 5. Найдите катеты треугольника и укажите в ответе их произведение.

№11. Мне в данный момент вдвое больше лет, чем моему брату было тогда, когда мне было столько лет, сколько ему теперь. Когда моему брату будет столько лет, сколько мне теперь, сумма наших возрастов будет равна 63 годам. Сколько лет каждому из нас в данный момент?

№12. В первой коробке находилось некоторое количество красных шаров, а во второй – синих, причем число красных составляло $15/19$ от числа синих

шаров. Когда из коробок удалили $\frac{3}{7}$ красных шаров и $\frac{2}{5}$ синих, то в первой коробке осталось менее 1000 шаров, а во второй – более 1000. Найдите, сколько было первоначально синих шаров.

№13. Папа и сын, двигаясь в одном направлении по стадиону, встречаются каждые 12 минут. Если они выедут из одной точки одновременно в противоположных направлениях, то встретятся через 3 минуты. Сколько минут необходимо сыну, чтобы сделать круг по стадиону, если известно, что он движется медленнее отца?

№14. Найдите сумму квадратов корней уравнения

$$(x^2 - x - 28) + (x^2 - x - 26) + (x^2 - x - 24) + \dots + (x^2 - x) = -120.$$

№15. Найдите значение суммы $2 + 3 + \frac{2}{3} + \frac{3}{2} + \frac{2}{9} + \frac{3}{4} + \dots$

№16. Вынесите множитель из-под знака корня $\sqrt[4]{81x^6y^4}$ при $x < 0, y > 0$.

№17. Вынесите множитель из-под знака корня $\sqrt[4]{-32a^5}$.

№18. Найдите периметр равнобедренной трапеции $ABCD$, если вписанная в трапецию окружность касается стороны BC в точке N , а стороны AD – в точке K соответственно, $BN = 2, KD = 4$.

№19. DH – высота параллелограмма $ABCD$. В четырехугольник $ABHD$ вписана окружность радиуса 3. K – точка касания окружности со стороной AB ,

$BK = 1$. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

№20. Найдите разность между суммой корней уравнения и их произведением

$$\frac{(x-1)^2 x}{(x^2 + x + 1)^2} = \frac{2}{9}.$$

ЗАНЯТИЕ №46

№1. Чему равна диагональ квадрата, если площадь квадрата равна 338?

№2. Чему равна площадь поверхности куба, если диагональ куба равна 9?

№3. Вычислите $\left(6 - \frac{(1,7+5:6,25) \cdot 7}{0,0125 \cdot 8 + 6,9}\right) : \frac{7}{6} + 12,5 \cdot 0,64$.

№4. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии сумма всех членов равна 27, а сумма первых трёх членов равна 26. Четвёртый член этой прогрессии равен:

1) $2/9$; 2) $4/3$; 3) $2/3$; 4) $1/3$; 5) 1,66.

№5. Результат упрощения выражения $\frac{27a^3-1}{3a^2+2a-1} - \frac{3a+10}{a+1}$ равен:

1) 9; 2) $\frac{9}{a-1}$; 3) -9; 4) $9a-9$; 5) $9a+9$.

№6. Чему равно значение выражения $16 \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ$?

№7. Найдите произведение корней уравнения

$$4\sqrt{2x^2+3x+6} = (x+1)(2x+1).$$

1) -19; 2) 2,5; 3) 23,75; 4) -23,75; 5) -9,5.

№8. Решите систему
$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 21, \\ 2x - y = 7. \end{cases}$$

В ответе укажите значение выражения $x+y$.

№9. Площадь равнобедренной трапеции, описанной около окружности, равна $98\sqrt{3}$. Найдите длину средней линии трапеции, если угол при меньшем основании равен 120° .

№10. Найдите сумму корней уравнения $\sqrt{(x-1)^2(x-4)} = |x-1|\sqrt{16-x^2}$.

№11. Найдите наибольшее отрицательное решение неравенства

$$\frac{7}{29} \cdot \frac{2-x}{x+2} \geq \frac{29}{7} \cdot \frac{2x-3}{4x-1}.$$

№12. После двух последовательных повышений зарплата возросла в 7 раз. На сколько процентов повысилась зарплата в первый раз, если второе повышение было в 4 раза больше первого?

№13. Точка касания окружности, вписанной в равнобедренный треугольник, делит одну из боковых сторон на отрезки, равные 3 и 4, считая от основания. Найдите периметр треугольника.

№14. В треугольной пирамиде $SABC$ ребра SA, SB, SC взаимно перпендикулярны. Чему равен объем пирамиды, если площади граней SAB, SAC, SBC равны 8, 4, 9 соответственно.

№15. Чему равен внешний угол треугольника, смежный с меньшим внутренним углом (в градусах), если внутренние углы треугольника относятся как 2:6:4?

№16. Объем куба равен $16\sqrt{2}$. Чему равен радиус описанного около него шара?

- 1) $\sqrt{6}$; 2) $2\sqrt{6}$; 3) 4; 4) $2\sqrt{3}$; 5) 6.

№17. Чему равен результат упрощения выражения $\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$?

№18. Чему равна сумма всех натуральных чисел, больших 4 и не превосходящих 171, которые при делении на 4 дают в остатке 3?

№19. Найдите значение выражения $x^4+y^4+x^2y-y^2x$, если $x-y=3$ и $xy=1$.

№20. Найдите значение выражения $\frac{\sin 50^\circ + 2 \sin 10^\circ}{\cos 50^\circ}$.

- 1) 1; 2) 2; 3) $\sqrt{3}$; 4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 5) 0,5.

№21. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения

$$x(x+9) \cdot \sqrt{-x^2-12x-35} = -18 \cdot \sqrt{-x^2-12x-35}.$$

№22. Решите систему
$$\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 12, \\ x - 2y = 3. \end{cases}$$

В ответе укажите значение выражения $x+y$.

№23. Диагональ правильной четырехугольной призмы равна 3,5, а диагональ боковой грани – 2,5. Найдите объем призмы.

№24. В параллелограмме с острым углом 45° расстояния от точки пересечения диагоналей до неравных сторон параллелограмма равны $\sqrt{2}$ и 3. Найдите площадь параллелограмма.

№25. Найдите сумму корней уравнения $\frac{30x}{0,2x^2+2x+10} - \frac{16x}{0,2x^2+x+10} = 2$.

№26. Найдите произведение корней (или корень, если он единственный) уравнения $\log_3(x(x-8)) = \log_3 \frac{x}{x-8} + 4$.

№27. Найдите сумму (в градусах) корней уравнения

$$\sin 2x - \cos 4x = \frac{14}{\pi} \arcsin \left(\sin \frac{6\pi}{7} \right), \text{ лежащих на отрезке } [0^\circ; 360^\circ].$$

№28. Найдите сумму наибольших целых значений из области определения и области значений функции $y = \sqrt{16 - 6x - x^2}$.

№29. В треугольник со сторонами 6, 10 и 12 вписана окружность. К окружности проведена касательная так, что она пересекает две большие стороны. Найдите периметр отсеченного треугольника.

№30. Два велосипедиста выехали одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. Через 4 часа после встречи велосипедист, ехавший из A , прибыл в B , а через 9 часов после встречи велосипедист, ехавший из B , прибыл в A . Сколько часов был в пути каждый велосипедист? В ответ запишите большее время.

Ответы:

1	26	11	-3	21	-18
2	162	12	75	22	6
3	11	13	20	23	3
4	3	14	8	24	24
5	4	15	150	25	15
6	1	16	2	26	-17
7	5	17	4	27	270
8	5	18	3738	28	7
9	14	19	122	29	16
10	5	20	3	30	15

ЗАНЯТИЕ №47

№1. Периметр равнобедренного треугольника равен 41, боковая сторона на 5 меньше основания. Найдите длину основания.

№2. В правильной треугольной призме длина каждого ребра равна 4. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через боковое ребро и середину противоположающей стороны.

1) $8\sqrt{3}$; 2) $15\sqrt{2}$; 3) $6\sqrt{3}$; 4) $10\sqrt{2}$; 5) $12\sqrt{3}$.

№3. Упростите выражение $\frac{4b}{2b-1} - \frac{12}{2b+1} \cdot \left(\frac{4b}{4b^2-1} - \frac{2b+1}{6b-3} + \frac{2b-1}{4b+2} \right)$.

№4. Найдите сумму всех натуральных чисел, больших 7 и не превосходящих 165, которые при делении на 7 дают в остатке 5.

№5. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения

$$(x^2+50) \cdot \sqrt{-x^2-10x-21} = -15x \cdot \sqrt{-x^2-10x-21}.$$

№6. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 12, \\ x - 2y = 3. \end{cases}$$

В ответе укажите сумму $x+y$.

№7. Сколько целых решений неравенства $\frac{16+6x-x^2}{x^2-8x-20} \leq \frac{1}{x^2-10x}$ удовлетворяют условию $|x| < 3$?

№8. Радиус вписанной в треугольник окружности равен 2, а одна из точек касания делит сторону на отрезки длинами 3 и 4. Найдите площадь треугольника.

1) 10,5; 2) 42; 3) 31,5; 4) 15; 5) 21.

№9. Высота правильной треугольной пирамиды равна высоте основания этой пирамиды. Найдите объем пирамиды, если ее апофема равна $\sqrt{30}$.

№10. Найдите сумму корней уравнения (в градусах)

$$\cos x \cdot \sqrt{3 - \operatorname{tg} x} = \sin x \cdot \sqrt{1 - \operatorname{ctg} x}, \text{ если } x \in [-360^\circ; 360^\circ].$$

№11. Найдите произведение значений a , при которых уравнение

$$(x^2 - 8x + 15)(x^2 - a) = 0 \text{ имеет три различных корня.}$$

№12. Найдите сумму корней уравнения $\frac{15x}{0,5x^2+2x+4} - \frac{8x}{0,5x^2+x+4} = 1$.

№13. Чему равно количество корней уравнения

$$\sqrt{4x+1} - 2\sqrt{4x} - \sqrt{9x} = -2?$$

№14. В треугольник, периметр которого равен 20, вписана окружность. Отрезок касательной, проведенной к окружности параллельно основанию, заключенный между двумя другими сторонами треугольника, равен 2,4. Найдите длину основания треугольника. Если основание может принимать несколько значений, то в ответ запишите их сумму.

№15. В треугольной пирамиде три грани взаимно перпендикулярны, а их площадь равна 2, 4 и 9. Найдите объем пирамиды.

№16. Через ребро основания правильной четырехугольной пирамиды проведена плоскость, которая отсекает от противоположной грани треугольник площадью S_0 . Если площадь боковой грани пирамиды равна 49, а площадь боковой поверхности отсеченной пирамиды равна 121, то площадь S_0 равна...

№17. Найдите длину стороны ромба, если длины диагоналей ромба 6 и 8.

№18. Площадь поверхности куба равна 24. Найдите его объем.

№19. Чему равна сумма всех натуральных значений n , для которых $\frac{12}{n-5}$ – целое число?

№20. Вычислите $\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{12} + \sqrt{6} \sin \frac{\pi}{12}$.

№21. Найдите сумму целых решений неравенства

$$(2-x)^3(x-4)(x-6)^6 \geq 0.$$

№22. Решите уравнение $x^2 - 9x - 10 \cdot \frac{|x|}{x} = 0$. Если корней несколько, то в ответ запишите их сумму.

№23. Сколько целых решений неравенства $\frac{2x-4,5}{2x^2+5x+3} \leq \frac{x}{x^2-2x-3}$ удовлетворяют условию $|x| \leq 3$?

№24. Чему равно произведение корней уравнения

$$(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)+15=0?$$

№25. В треугольник периметром 50 вписана окружность. К этой окружности проведена касательная, параллельная стороне треугольника. Чему равна наибольшая возможная длина отрезка касательной, концы которой принадлежат сторонам треугольника?

1) 12,5; 2) 5,2; 3) 6,2; 4) 6,25; 5) 5,25.

№26. Чему равно количество корней уравнения

$$\left(\cos 3x + \cos \frac{5x}{2} - 2 \right) \sqrt{(x-1995)(1999-x)} = 0?$$

№27. Найдите значение выражения $6 \operatorname{ctg}(\operatorname{arccctg} \frac{2}{3} - 2 \arccos \frac{\sqrt{2}}{2})$.

№28. Число 58 разделили на некоторое натуральное число и получили, что неполное частное на 6 меньше остатка, а делитель на 2 больше остатка. Чему равен остаток?

№29. От двух кусков сплавов весом 12 кг и 8 кг с различным процентным содержанием цинка было отрезано по куску равного веса. Каждый из кусков был сплавлен с остатком другого куска, после чего процентное содержание цинка в обоих сплавах стало одинаковым. Сколько весил каждый из отрезанных кусков? В ответ запишите целую часть найденного значения.

№30. В правильной четырехугольной призме длина бокового ребра равна $\sqrt{2}$, а длина ребра основания равна 1. Угол наклона диагонали призмы к боковой грани (в градусах) равен...

Ответы:

1	17	11	0	21	15
2	1	12	6	22	10
3	2	13	1	23	4
4	1881	14	10	24	120
5	-15	15	4	25	4
6	6	16	16	26	3
7	3	17	5	27	-9
8	5	18	8	28	10
9	27	19	68	29	4
10	-120	20	2	30	30

ЗАНЯТИЕ №48

№1. Точка A движется по периметру треугольника KMP . Точки K_1, M_1, P_1 лежат на медианах треугольника KMP и делят их в отношении $11:3$, считая от вершин. По периметру треугольника $K_1M_1P_1$ движется точка B со скоростью, в пять раз большей, чем скорость точки A . Сколько раз точка B обойдет по периметру треугольник $K_1M_1P_1$ за то время, за которое точка A два раза обойдет по периметру треугольник KMP ?

№2. Через вершину A прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведен перпендикуляр AK к его плоскости. Найдите расстояние от точки K до прямой BC , если $AK = 2$, $AB = 6$, $BC = \sqrt{31}$.

№3. Через вершину A прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведен перпендикуляр AK к его плоскости. Найдите расстояние от точки K до прямой BC , если $AK = 4$, $AB = 8$, $BC = \sqrt{55}$.

№4. Найдите периметр правильного шестиугольника, меньшая диагональ которого равна $10\sqrt{3}$.

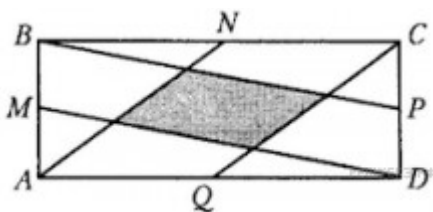
№5. Точки A, B, C разделили окружность так, что градусные меры дуг AB, BC, CA в указанном порядке находятся в отношении $5 : 7 : 6$. Найдите градусную меру угла ABC .

№6. В окружность радиусом 12 вписан треугольник, длины двух сторон которого равны 8 и 12 . Найдите длину высоты треугольника, проведенной к его третьей стороне.

№7. В ромб площадью $18\sqrt{5}$ вписан круг площадью 5π . Сторона ромба равна...

№8. Диагонали трапеции равны 15 и 20 . Найдите площадь трапеции, если ее средняя линия равна $12,5$.

№9. Площадь прямоугольника $ABCD$ равна 20. Точки M , N , P , Q — середины его сторон. Найдите площадь четырехугольника между прямыми AN , BP , CQ , DM .



№10. Основание остроугольного равнобедренного треугольника равно 10, а синус противоположного основанию угла равен 0,6. Найдите площадь треугольника.

№11. Из точки A проведены к окружности радиусом $4/3$ касательная AB (B — точка касания) и секущая, проходящая через центр окружности и пересекающая ее в точках D и C ($AD < AC$). Найдите площадь S треугольника ABC , если длина отрезка AC в 3 раза больше длины отрезка касательной. В ответ запишите значение выражения $5S$.

№12. На одной чаше уравновешенных весов лежат 3 яблока и 1 груша, на другой — 2 яблока, 2 груши и гирька весом 20 г. Каков вес одного яблока (в граммах), если все фрукты вместе весят 780 г? Считайте все яблоки одинаковыми по весу и все груши одинаковыми по весу.

№13. Из двух растворов с различным процентным содержанием спирта массой 100 г и 900 г отлили по одинаковому количеству раствора. Каждый из отлитых растворов долили в остаток другого раствора, после чего процентное содержание спирта в обоих растворах стало одинаковым. Найдите, сколько раствора (в граммах) было отлито из каждого раствора.

№14. Автомобиль проехал некоторое расстояние, израсходовав 21 л топлива. Расход топлива при этом составил 9 л на 100 км пробега. Затем автомобиль существенно увеличил скорость, в результате чего расход топлива вырос до 12 л на 100 км. Сколько литров топлива понадобится автомобилю, чтобы проехать такое же расстояние?

№15. Из города A в город B , расстояние между которыми 100 км, одновременно выезжают два автомобиля. Скорость первого автомобиля на 10 км/ч больше скорости второго, но он делает в пути остановку на 50 мин. Найдите наибольшее значение скорости (в км/ч) первого автомобиля, при движении с которой он прибудет в B не позже второго.

№16. Если 15% некоторого числа равны 33, то 20% этого числа равны...

№17. Одно число меньше другого на 64, что составляет 16% большего числа. Найдите меньшее число.

№18. В арифметической прогрессии 130 членов, их сумма равна 130, а сумма членов с четными номерами на 130 больше суммы членов с нечетными номерами. Найдите сотый член этой прогрессии.

№19. Число 133 является членом арифметической прогрессии 4, 7, 10, 13, ... Укажите его номер.

№20. Геометрическая прогрессия со знаменателем 5 содержит 10 членов. Сумма всех членом прогрессии равна 24. Найдите сумму всех членов прогрессии с четными номерами.

№21. Три числа составляют геометрическую прогрессию, в которой $q > 1$. Если второй член прогрессии уменьшить на 8, то полученные три числа в том же порядке опять составят геометрическую прогрессию. Если третий член новой прогрессии уменьшить на 25, то полученные числа составят арифметическую прогрессию. Найдите сумму исходных чисел.

№22. Двое рабочих различной квалификации выполнили некоторую работу, причем первый проработал 3 часа, а затем к нему присоединился второй. Если бы сначала второй рабочий работал 3 ч, а затем к нему присоединился первый, то работы была бы закончена на 36 мин позже. Известно, что первый рабочий шестую часть работы выполняет на 2 часа быстрее, чем второй рабочий выполняет третью часть работы. Сколько минут заняло выполнение всех работы?

№23. От листа жести, имеющего форму квадрата, отрезали прямоугольную полосу шириной 7 дм, после чего площадь оставшейся

части листа оказалась равной 30 дм^2 . Длина стороны квадратного листа (в дм) была равна...

№24. Длины всех сторон треугольника являются целыми числами. Если длина одной стороны равна 1, а другой — 3, то периметр треугольника равен...

№25. Конфеты в коробки упаковываются рядами, причем количество конфет в каждом ряду на 4 больше, чем количество рядов. Дизайн коробки изменили, при этом добавили 2 ряда, а в каждом ряду добавили по 1 конфете. В результате количество конфет в коробке увеличилось на 25. Сколько конфет упаковывалось в коробку первоначально?

№26. $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, у которой сторона основания и боковое ребро имеют длину 6. Через середины ребер AC и BB_1 и вершину A_1 призмы проведена секущая плоскость. Найдите площадь сечения призмы этой плоскостью.

№27. Куб вписан в правильную четырехугольную пирамиду так, что четыре его вершины находятся на боковых ребрах пирамиды, а четыре другие вершины — на ее основании. Длина стороны основания пирамиды равна 2, высота пирамиды — 6. Найдите площадь S поверхности куба. В ответ запишите значение выражения $4S$.

№28. Найдите длину ребра правильной пятиугольной пирамиды, у которой боковое ребро равно ребру основания, а сумма длин всех ребер равна 30. **№29.** Если в правильной четырехугольной пирамиде высота равна 4, а площадь диагонального сечения равна 12, то ее объем равен ...

№30. Объем прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 1728. Точка P лежит на боковом ребре CC_1 так, что $CP : PC_1 = 2 : 1$. Через точку P , вершину D и середину бокового ребра AA_1 проведена секущая плоскость, которая делит прямоугольный параллелепипед на две части. Найдите объём меньшей из частей.

Ответы:

1	56	11	6	21	21
2	3	12	105	22	288
3	5	13	90	23	10
4	60	14	28	24	7
5	60	15	40	25	45
6	4	16	44	26	24
7	9	17	336	27	54
8	150	18	70	28	3
9	4	19	44	29	24
10	75	20	20	30	724

ЗАНЯТИЕ №49

№1. Найдите наибольший общий делитель чисел 475, 570, 741.

№2. Найдите значение выражения $\frac{0,6 + \frac{1}{4} + \frac{1}{15} + 0,125}{\frac{1}{3} + 0,4 + \frac{4}{15}} \cdot 24$.

№3. Найдите значение выражения $\frac{\cos 31^\circ + \cos 89^\circ + 1}{-\cos^2 14^\circ 30'}$.

№4. Найдите произведение корней уравнения

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 7} = (2x - 1)(x - 1).$$

№5. Если в правильной четырехугольной пирамиде высота равна 10, а площадь диагонального сечения равна 12, то ее объем равен:

- 1) 6; 2) 4,8; 3) $9\sqrt{2}$; 4) 19,2; 5) 9,6.

№6. Длины катетов прямоугольного треугольника равны 3 и 6. Длина биссектрисы, проведенной из вершины прямого угла, равна:

- 1) 4; 2) $3\sqrt{2}$; 3) $2\sqrt{2}$; 4) $2\sqrt{3}$; 5) 3,75.

№7. Чему равно число целых значений аргумента в области определения функции $y = \sqrt{\frac{\sqrt{x-5}}{14x - x^2 - 48}}$?

№8. Один турист вышел в 6 ч, а второй – навстречу ему в 7 ч. Они встретились в 8 ч и, не останавливаясь, продолжили путь. Сколько времени затратил каждый из них на весь путь, если первый пришел в то место, из которого вышел второй, на 28 минут позже, чем второй пришел в то место, откуда вышел первый? Считается, что каждый шел без остановок с постоянной скоростью. В ответ запишите время (в минутах) первого туриста.

№9. Найдите наименьшее общее кратное чисел 156, 195, 3900.

№10. Если в кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ диагональ основания $AC = 16\sqrt{2}$, то расстояние между ребрами AA_1 и $B_1 C_1$ равно:

- 1) $6\sqrt{2}$; 2) 8; 3) 8,2; 4) 16; 5) $8\sqrt{2}$.

№11. Какое двузначное число в 4 раза больше суммы своих цифр и в 3 раза больше произведения цифр?

№12. Чему равна площадь равнобедренной трапеции с диагональю 13 и средней линией 5?

№13. Найдите произведение корней уравнения

$$(x^2+5)^2 - 7(x^2+5)(x^2+2) + 10(x^2+2)^2 = 0.$$

№14. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения

$$\frac{6}{4+\sqrt{3x-1}} + 2 = \frac{3}{\sqrt{3x-1}-1}.$$

- 1) $5/3$; 2) $293/12$; 3) $12,5$; 4) $313/12$; 5) 1 .

№15. Чему равно число целых решений неравенства $\frac{x^3+3x^2-x-3}{x^2+x-6} \leq 0$, удовлетворяющих неравенству $|x+1| \leq 3$?

№16. Диагонали AC, BD четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOB, COD равны соответственно 3 и 4, а площадь треугольника BOC втрое больше площади треугольника COD . Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.

№17. Решите систему:
$$\begin{cases} x+y+z=3, \\ xy+yz+zx=-1, \\ xyz=-3. \end{cases}$$

В ответ запишите количество найденных решений системы, умноженное на наименьшее значение z .

№18. Два бегуна стартовали один за другим с интервалом 1 мин. Второй бегун догнал первого на расстоянии 1 км от точки старта, а пробежав от точки старта 4,5 км, он повернул обратно и встретился с первым бегуном. Эта встреча произошла через 16 минут после старта первого бегуна. Найдите скорость (км/ч) второго бегуна.

№19. Вычислите $\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} + 1$.

№20. Рабочий по плану должен был сделать 60 деталей. Сколько деталей нужно сделать рабочему, чтобы план был невыполнен на 10%?

№21. Найдите наименьший рациональный корень уравнения

$$(x^2+10x)^2 - 3(x+5)^2 = 33.$$

№22. Основание равнобедренного треугольника равно 15. Высота, опущенная на боковую сторону, равна 12. Найдите площадь треугольника.

№23. Вычислите $\frac{21a^2-3ab-3b^2}{4a^2+b^2}$, если $\frac{12a+2b}{2a+5b} = 2$.

№24. Боковые ребра правильной треугольной пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 60° . Если высота пирамиды равна $4\sqrt{3}$, то площадь ее боковой поверхности равна:

- 1) $48\sqrt{3}$; 2) $18\sqrt{6}$; 3) $18\sqrt{13}$; 4) $12\sqrt{39}$; 5) $36\sqrt{3}$.

№25. Решите систему $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 21, \\ 2x - y = 7. \end{cases}$

В ответ запишите значение $x+y$.

№26. Сколько целых решений неравенства $\frac{2-x}{x^3+x^2} \geq \frac{1-2x}{x^3-3x^2}$ удовлетворяют неравенству $|x| \leq 4$?

№27. В равнобедренную трапецию вписана окружность. Найдите острый угол трапеции, если точка касания делит боковую сторону на отрезки, отношение длин которых равно 3 : 1.

№28. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения $\sqrt{x+3} - 4\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x-1} = 7$.

№29. Найдите сумму (в градусах) корней уравнения $\sin 2x + 3 \sin x - 3 \cos x = 3$, лежащих на отрезке $[0^\circ; 180^\circ]$.

№30. В треугольнике с вершинами $A(14; -13), B(16; -14), C(17; -17)$ найдите угол (в градусах) при вершине B .

Ответы:

1	19	11	24	21	-9
2	25	12	60	22	75
3	-2	13	-1	23	3
4	-1	14	1	24	4
5	5	15	4	25	5
6	3	16	20	26	2
7	2	17	-6	27	60
8	220	18	20	28	10
9	3900	19	1	29	270
10	4	20	54	30	135

ЗАНЯТИЕ №50

№1. Найдите сумму корней уравнения $\frac{(x+1)(x-2)(x-8)}{2x-16}=0$.

№2. Найдите сумму корней уравнения $\frac{(x-2)(x^2-13x+40)}{3x-24}=0$.

№3. Найдите произведение суммы корней уравнения и их количества

$$\frac{7}{x+1} - \frac{x+4}{2-2x} = \frac{3x^2-28}{x^2-1}$$

1) $38/5$; 2) $19/7$; 3) $-92/5$; 4) $28/5$; 5) $-34/7$.

№4. Найдите произведение суммы корней уравнения и их количества

$$\frac{2x-7}{x^2-9x+14} - \frac{1}{x^2-3x+2} = \frac{1}{x-1}.$$

№5. Найдите произведение числа корней уравнения на больший корень

$$\frac{x^2-2x+4}{x^3-4x^2+8x-8} + \frac{x^2+2x+4}{x^3+4x^2+8x+8} = \frac{2}{x^2-4}.$$

№6. Найдите произведение числа корней уравнения на больший корень

$$\frac{2x+5}{x^2+x} - \frac{2}{x} = \frac{3x^2+9x}{x^2+4x+3}.$$

№7. Найдите среднее арифметическое корней уравнения $\left(\frac{x^2+6}{x^2-4}\right)^2 = \left(\frac{5x}{4-x^2}\right)^2$

1) $5/2$; 2) $3/2$; 3) 0 ; 4) 4 ; 5) $7/3$.

№8. Найдите среднее арифметическое корней уравнения

$$(x-7)\left(\frac{x^2-6x+3}{x-3}\right)^2 = (4x-28)\left(\frac{x}{3-x}\right)^2.$$

1) 4 ; 2) $19/5$; 3) 3 ; 4) $7/4$; 5) $8/3$.

№9. Найдите сумму различных корней уравнения $\frac{3}{1+x+x^2} = 3-x-x^2$.

№10. Найдите сумму различных корней уравнения $\frac{1}{4x^2+7x} + x^2 + \frac{7x}{4} - 1 = 0$.

1) $-7/4$; 2) $-13/4$; 3) $-3/4$; 4) $13/4$; 5) $-1/4$.

№11. Найдите произведение большего корня на количество корней уравнения

$$\frac{2x+1}{x} + \frac{4x}{2x+1} = 5.$$

№12. Найдите произведение большего корня на количество корней уравнения

$$\left(\frac{5x+1}{2x-3}\right)^2 + \left(\frac{3-2x}{5x+1}\right)^2 = \frac{82}{9}.$$

- 1) 0; 2) 32/11; 3) 20; 4) 40; 5) 48.

№13. Найдите произведение меньшего корня на количество корней уравнения

$$\frac{5}{x(x+4)} + \frac{8}{(x+1)(x+3)} = 2.$$

№14. Найдите произведение меньшего корня на количество корней уравнения

$$\frac{9}{(x+2)(x+5)} + \frac{7}{(x+1)(x+6)} = 1.$$

№15. Найдите разность между суммой и произведением корней уравнения

$$x^2 + \frac{9x^2}{(x-3)^2} = 7.$$

№16. Найдите разность между суммой и произведением корней уравнения

$$\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 + \left(\frac{x-1}{x-2}\right)^2 = \frac{40}{9}.$$

- 1) 76/11; 2) 512/121; 3) 281/121; 4) 49/121; 5) -79/121.

№17. Найдите произведение корней уравнения $\frac{24x}{2x^2-3x+4} = \frac{12x}{x^2+x+2} + 5$.

№18. Найдите произведение корней уравнения $\frac{x^2+5x+4}{x^2-7x+4} + \frac{x^2-x+4}{x^2+x+4} + \frac{13}{3} = 0$.

№19. Найдите сумму корней уравнения $\frac{17}{x-1} + \frac{10}{x-5} + \frac{15}{x+15} = \frac{42}{x-3}$.

- 1) 80/13; 2) 0; 3) 5/13; 4) 4; 5) 6.

№20. Найдите сумму корней уравнения $\frac{1}{x-1} - \frac{6}{x+6} + \frac{2}{x-2} + \frac{3}{x-3} = 0$.

- 1) 4; 2) 3,6; 3) 3; 4) 2,8; 5) 2,4.

№21. Найдите сумму корней уравнения $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} = 0$.

- 1) 0; 2) -4; 3) -4,5; 4) -2; 5) -6.

№22. Найдите сумму корней уравнения $\frac{1}{x-7} + \frac{1}{x-5} + \frac{1}{x-6} + \frac{1}{x-4} = 0$.

- 1) $33/2$; 2) 11; 3) $11/2$; 4) 5; 5) 6.

№23. Чему равно максимальное произведение x у решений системы i

№24. Найдите трехзначное число, если известно, что сумма его цифр равна 11, а сумма квадратов его цифр равна 69. Если к этому числу прибавить 693, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке.

№25. Сумма 3-го и 7-го членов арифметической прогрессии равна 30, а 8-й член больше 2-го в 4 раза. Найдите 6-й член прогрессии.

№26. Длина катета прямоугольного треугольника равна 9. Точка, принадлежащая катету, удалена от гипотенузы и другого катета на 4. Найдите площадь треугольника.

№27. Найдите утроенную длину отрезка, являющегося решением неравенства $|2x-3|-|x-1|\leq 0$.

№28. Точка C делит хорду AB на отрезки длинами 2 и 28 и удалена от центра окружности на расстояние 5. Найдите радиус окружности.

№29. Найдите удвоенную сумму корней уравнения

$$2(x^2+x+1)^2-13(x-1)^2=11(x^3-1).$$

№30. Два туриста вышли одновременно навстречу друг другу, один из A в B , другой из B в A . Каждый шел с постоянной скоростью и, придя в конечный пункт, немедленно поворачивал обратно. Первый раз они встретились в 15 км от B , второй раз – в 5 км от A . Найдите расстояние между A и B .

Ответы:

1	1	11	1	21	3
2	7	12	4	22	1
3	1	13	-20	23	1
4	0	14	-32	24	128
5	1	15	2	25	18
6	1	16	2	26	54
7	3	17	2	27	4
8	1	18	4	28	9
9	-2	19	1	29	7
10	1	20	2	30	40

ЗАНЯТИЕ №51

№1. Вычислите $1 - (3\frac{1}{2} : 3 - 0,5) \cdot 7,5$.

№2. Найдите сумму целых решений системы неравенств $\begin{cases} x^2 \leq 49, \\ (x+3)(x-7) \geq 0 \end{cases}$.

№3. Один из катетов прямоугольного треугольника равен $2\sqrt{5}$, а проекция второго катета на гипотенузу равна 8. Найдите длину гипотенузы треугольника.

1) 10; 2) 12; 3) 11,5; 4) 15; 5) 12,8.

№4. При высушивании 4 кг свежих грибов получили 1,2 кг сухих, содержащих 3% воды. Каким было содержание воды в свежих грибах?

1) 64,2; 2) 86,4; 3) 90; 4) 70,9; 5) 80.

№5. Внутри угла, равного 45° , взята точка, удаленная от сторон угла на расстояния $\sqrt{2}$ и 2. Найдите квадрат расстояния от этой точки до вершины угла.

№6. Найдите значение выражения $P \cdot n$, где P – произведение, а n – количество корней уравнения $2x^2 - 7x + 6 = \frac{10}{2x^2 + 5x + 3}$.

№7. Найдите сумму целых решений неравенства $\frac{|x^2 - x - 6|}{x^2 - x - 6} > \frac{|9x - x^2 - 14|}{x^2 - 9x + 14}$.

№8. Хорда AB окружности имеет длину 20 и удалена от ее центра O на 10. Найдите величину угла AOB .

№9. Найдите среднее арифметическое целых значений x , при которых функция $y = (x^2 + 5x)(x^2 - 4)$ принимает отрицательные значения.

1) $-11/7$; 2) $-8/5$; 3) -3 ; 4) -2 ; 5) $-11/6$.

№10. Упростите выражение $\left(\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9} - \frac{2x - 3}{x + 3} \right) : \left(1 + \frac{1}{x} \right)$.

1) x ; 2) 1; 3) $-x$; 4) $\frac{1}{x+3}$; 5) $\frac{-x}{x+3}$.

№11. Диагонали параллелограмма равны 6 и 10 и составляют угол 60° . Найдите длину h высоты параллелограмма, проведенной к большей стороне. В ответ запишите $7\sqrt{3}h$.

№12. Найдите среднее арифметическое корней уравнения

$$\frac{2x}{x^2 - 5x - 2} + \frac{3x}{x^2 + 5x - 2} = \frac{-5}{8}.$$

№13. Биссектриса угла A треугольника ABC делит сторону BC на отрезки длинами 2 и 6, считая от вершины B . Найдите $2\sqrt{21} \sin B$, если $\angle A = 60^\circ$.

№14. Периметр параллелограмма равен 50, а длины его высот относятся как 2:3. Найдите длину меньшей стороны параллелограмма.

№15. Найдите сумму наибольшего целого отрицательного и наименьшего целого положительного решений неравенства $1 \geq \frac{8}{x+5}$.

№16. Вычислите $\frac{14 \cdot 2^7 \cdot 10^{17} - 24 \cdot 2^{22} \cdot 5^{17}}{6^2 \cdot 2^{25} \cdot 5^{16} - 20^{14} \cdot 100}$.

№17. Найдите сумму целых корней уравнения

$$|x^2 - 16| + |x + 2| = 14 - x - x^2.$$

№18. Найдите произведение корней уравнения $x^2 + 2x + \frac{9}{x^2} - 6\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 0$.

№19. 3 мастера и 2 ученика выполняют заказ по изготовлению деталей за 12 часов. Если бы работали 8 мастеров и 8 учеников, то заказ был бы выполнен за 4 часа. Сколько часов необходимо для выполнения заказа 6 ученикам?

№20. Найдите значение выражения $\frac{16y - 8xy + (\sqrt{y}x)^2}{4 - x} + \left(\frac{1}{xy}\right)^{-1}$ при

$$y = \frac{1}{8}, x = 225. \quad 1) 0,5; \quad 2) 15; \quad 3) 15/8; \quad 4) 7,5; \quad 5) -1/15.$$

№21. Найдите сумму корней (или корень, если он один) уравнения

$$\frac{x}{x-3} + 1 = \frac{2}{x+3} + \frac{12}{x^2-9}. \quad 1) -0,5; \quad 2) 2,5; \quad 3) 0; \quad 4) 3,5; \quad 5) 5,5.$$

№22. 1-й член геометрической прогрессии равен -0,75, а произведение 2-го и 6-го членов равно 36. Найдите 5-й член прогрессии, если известно, что знаменатель прогрессии положителен.

№23. В треугольнике ABC $AC = 8, BC = 6, \angle A = 95^\circ, \angle B = 25^\circ$. Найдите длину высоты, проведенной к средней по величине стороне треугольника.

$$1) 4; \quad 2) 3; \quad 3) \frac{12\sqrt{39}}{13}; \quad 4) \frac{3\sqrt{13}}{4}; \quad 5) 4\sqrt{3}.$$

№24. Вычислите $3560 \cdot 3565 \cdot 3558 - 3562 \cdot 3557 \cdot 3564$.

№25. Найдите произведение целых решений неравенства

$$(x+2)^4 - x^2 - 4x < 16.$$

№26. Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ принадлежат окружности так, что прямая AD касается окружности, а сторона CD пересекает окружность в точке M и делится точкой M в отношении $3:1$, считая от вершины D . Найдите сумму квадратов длин диагоналей параллелограмма, если длина стороны BC равна $2\sqrt{3}$.

№27. Вычислите
$$\frac{0,315 \cdot 0,118 - 1,118 \cdot \frac{63}{200}}{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} : 2\right) : 2,5}.$$

- 1) -2,1; 2) -0,4; 3) -1,6; 4) -4,5; 5) 0,8.

№28. Упростите выражение
$$\frac{9x^2 - 25y^2}{6x - 10y + 3xy - 5y^2} + \frac{y - 3x + 12}{y + 2}.$$

- 1) $\frac{1}{y+2}$; 2) $\frac{1}{3x-5y}$; 3) 2; 4) $3x+5y$; 5) 6.

№29. Найдите сумму целых решений неравенства

$$|x^2 - 6x - 7| \leq 7 + 6x - x^2.$$

№30. Найдите сумму целых решений системы неравенств
$$\begin{cases} 1 - \frac{7(3-x)}{x^2 - 8x + 15} < 0, \\ 4 - x > 0. \end{cases}$$

№31. Найдите длину гипотенузы, если площадь прямоугольного треугольника равна 36, а один из катетов в 2 раза меньше другого.

- 1) $\sqrt{15}$; 2) 12; 3) 18; 4) $2\sqrt{15}$; 5) $6\sqrt{5}$.

№32. Вычислите
$$\left(\sqrt{2} - 3 - \frac{7}{\sqrt{2} + 3}\right) : \frac{(\sqrt{7} - 3)(\sqrt{7} + 3)}{(1 + \sqrt{2})^2 + 3}.$$

№33. Найдите сумму целых значений аргумента, принадлежащих области определения функции $y = \frac{\sqrt{(2-x)(x+4)}}{x^2 - 7|x| + 12}.$

№34. Найдите сумму корней уравнения $(x^2 - 6x - 16)(x - 3) = x^2 - x - 56.$

№35. Диагонали трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD, BC < AD$) пересекаются в точке O , площади полученных при этом треугольников, прилежащих к основаниям трапеции, равны 12 и 48. Найдите площадь трапеции.

№36. Найдите значение выражения $66(y-x)$, где $(x; y)$ – решение системы

уравнений
$$\begin{cases} \frac{5}{2x-y} - \frac{7x}{x+y} = 2, \\ \frac{10x}{x+y} - \frac{7}{2x-y} = -2. \end{cases}$$

№37. Вычислите $(\frac{5}{9}:3+1) \cdot (\frac{3}{2})^3$.

- 1) 3,2; 2) 2; 3) 4; 4) 15/32; 5) 2,5.

№38. Найдите сумму целых решений системы неравенств
$$\begin{cases} -2 < 2\frac{1}{3} - \frac{x}{3} < 8, \\ x^2 \geq 121. \end{cases}$$

№39. Один из углов равнобедренного треугольника равен 120° , а высота, проведенная к основанию, равна 10. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника.

- 1) $5\sqrt{3}$; 2) 12; 3) 20; 4) 8; 5) $10\sqrt{3}$.

№40. Найдите значение выражения $\frac{15(x_1+x_2)}{x_1x_2}$, где x_1, x_2 – корни уравнения $5x^2 - 3x - 5 = 0$.

№41. Найдите произведение корней уравнения $x^2 - \frac{6}{x^2} = 1$.

- 1) $\sqrt{3}$; 2) -6; 3) 0; 4) -3; 5) 6.

№42. Основанием прямой призмы $ABC A_1 B_1 C_1$ является прямоугольный равнобедренный треугольник ABC (угол C – прямой). Сечение призмы плоскостью, проходящей через сторону AC и противоположную вершину верхнего основания, наклонено к основанию под углом 45° . Найдите расстояние от вершины B до плоскости сечения, если площадь сечения равна $16\sqrt{2}$.

- 1) $2\sqrt{3}$; 2) $4\sqrt{2}$; 3) 4; 4) 8; 5) $2\sqrt{2}$.

№43. В прямоугольную трапецию вписана окружность, точка касания с которой делит большую боковую сторону трапеции на отрезки длинами 2 и 8. Найдите длину средней линии трапеции.

№44. Найдите сумму целых решений неравенства

$$\frac{1+x^2-2x}{2x^2+20x+50} + \frac{9+x^2+6x}{2x^2-4x+2} \geq \frac{x+3}{x+5}, \text{ принадлежащих отрезку } [-10; 10].$$

№45. В двух бригадах работает различное количество рабочих одинаковой квалификации. Отработав вместе 3 часа, вторая бригада перешла на другой участок, и первой пришлось работать еще 8 ч 15 мин, чтобы выполнить весь

объем работы. Если бы вторая бригада ушла на 1 час позже, то первой пришлось бы работать 6 часов для завершения всей работы. На сколько процентов количество работников в первой бригаде меньше, чем во второй?

№46. Вычислите $\frac{(-3)^{-2} \cdot (2^3)^2 - (\frac{-5}{3})^2}{3^{-2} \cdot 0,5^3 + (-3 \cdot 2 - 2) \cdot \frac{3^2}{2^3}}$.

№47. Укажите 35-й член арифметической прогрессии 3; 7; 11; ...

№48. Меньшая диагональ параллелограмма равна одной из его сторон и равна 12, а острый угол равен 30° . Найдите площадь параллелограмма. В ответ запишите $\sqrt{3}S$.

№49. Найдите сумму целых отрицательных решений неравенства

$$\frac{(x+2)(x^2+9x+14)}{(3-x)(x+4)} \leq 0.$$

№50. Пассажирский поезд движется по маршруту с опозданием на 1 час. Чтобы не отклониться от графика, последние 240 км он проехал со скоростью, превышающей запланированную на 20 км/ч, что позволило ему прибыть на конечную станцию вовремя. С какой скоростью (в км/ч) двигался поезд последние 240 км?

Ответы:

1	-4	11	45	21	2	31	5	41	4
2	-18	12	-2	22	-12	32	14	42	3
3	1	13	9	23	3	33	0	43	9
4	4	14	10	24	24	34	10	44	4
5	20	15	-3	25	-6	35	108	45	20
6	8	16	5	26	56	36	-7	46	-39
7	15	17	-9	27	1	37	3	47	139
8	90	18	9	28	5	38	-58	48	216
9	4	19	16	29	27	39	3	49	-20
10	5	20	1	30	2	40	-9	50	80

ЗАНЯТИЕ №52

№1. Найдите среднее арифметическое корней уравнения $|x^2 - 5x + 4| = 4$.

№2. Найдите сумму корней или корень уравнения (если он единственный)

$$|3x - 7| = 2x - 3. \quad 1) 4; \quad 2) 2; \quad 3) 6; \quad 4) 3/2; \quad 5) 7/3.$$

№3. Найдите произведение большего корня и количества различных корней уравнения $|x - 4| = x^2 - 7x + 12$.

№4. Найдите сумму корней уравнения $x^2 - 3x = \frac{35 - 10x}{|x - 3,5|}$.

№5. Найдите произведение меньшего корня и количества различных корней уравнения $x^2 - 4x - 2|x - 2| + 1 = 0$.

№6. Найдите сумму корней уравнения $x^4 + x^2 + 4|x^2 - x| = 2x^3 + 12$.

№7. Найдите наибольший целый корень уравнения $\left| \frac{x}{x-4} \right| = \frac{x}{4-x}$.

№8. Найдите произведение целого корня и количества различных корней уравнения $|x - x^2 - 1| = |2x - 3 - x^2|$.

№9. Найдите сумму корней или корень уравнения (если он единственный)

$$|x^3 + x^2 - 2x| + |x^3 - 7x^2 + 12x| = 0.$$

№10. Найдите сумму корней уравнения $|x^2 - 9| + |x - 2| = 5$.

№11. Найдите сумму корней уравнения

$$|(x-3)(x-8)| \cdot (|x| + |x-10| + |x-5|) = 11(x-3)(8-x).$$

№12. Найдите произведение корней уравнения $||3 - 2x| - 1| = 2|x|$.

№13. Сумма второго, четвертого и шестого членов возрастающей арифметической прогрессии равна 33, а их произведение равно 935. Найдите произведение первого члена на разность прогрессии.

№1. Найдите среднее арифметическое корней уравнения $|x^2 - 5x + 4| = 4$.

№2. Найдите сумму корней или корень уравнения (если он единственный)

$$|3x - 7| = 2x - 3. \quad 1) 4; \quad 2) 2; \quad 3) 6; \quad 4) 3/2; \quad 5) 7/3.$$

№3. Найдите произведение большего корня и количества различных корней уравнения $|x - 4| = x^2 - 7x + 12$.

№4. Найдите сумму корней уравнения $x^2 - 3x = \frac{35 - 10x}{|x - 3,5|}$.

№5. Найдите произведение меньшего корня и количества различных корней уравнения $x^2 - 4x - 2|x - 2| + 1 = 0$.

№6. Найдите сумму корней уравнения $x^4 + x^2 + 4|x^2 - x| = 2x^3 + 12$.

№7. Найдите наибольший целый корень уравнения $\left| \frac{x}{x-4} \right| = \frac{x}{4-x}$.

№8. Найдите произведение целого корня и количества различных корней уравнения $|x - x^2 - 1| = |2x - 3 - x^2|$.

№9. Найдите сумму корней или корень уравнения (если он единственный)

$$|x^3 + x^2 - 2x| + |x^3 - 7x^2 + 12x| = 0.$$

№10. Найдите сумму корней уравнения $|x^2 - 9| + |x - 2| = 5$.

№11. Найдите сумму корней уравнения

$$|(x-3)(x-8)| \cdot (|x| + |x-10| + |x-5|) = 11(x-3)(8-x).$$

№12. Найдите произведение корней уравнения $||3 - 2x| - 1| = 2|x|$.

№13. Сумма второго, четвертого и шестого членов возрастающей арифметической прогрессии равна 33, а их произведение равно 935. Найдите произведение первого члена на разность прогрессии.

№14. Из городов A и B навстречу друг другу одновременно вышли два поезда. Двигаясь без остановок с постоянной скоростью, они встретились через 20 часов после выхода. Сколько времени затратил на прохождение пути AB первый поезд, если он прибыл в пункт B на 9 часов позже, чем второй в пункт A ?

№15. Найдите произведение корней уравнения $(x^2 - 4)(x + 1)(x - 3) = 5$.

№16. Найдите сумму целых решений неравенства

$$(x - 1)^2(x^2 - 3) \geq (x - 1)^2(5 - 2x), \text{ удовлетворяющих условию } |x| < 7.$$

№17. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 9 км, отправился пешеход, а через 2 часа вслед за ним выехал велосипедист, скорость которого на 9 км/ч больше скорости пешехода. В город велосипедист приехал на 15 минут раньше пешехода. Найдите скорость велосипедиста.

№18. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 4 дают в остатке 3, а при делении на 6 и на 9 дают в остатке 1.

№19. Трое рабочих (не все одинаковой квалификации) выполнили некоторую работу, работая поочередно. Сначала первый из них проработал $\frac{1}{4}$ часть времени, необходимого двум другим для выполнения всей работы. Затем второй проработал $\frac{1}{4}$ часть времени, необходимого двум другим для выполнения всей работы. И, наконец, третий проработал $\frac{1}{4}$ часть времени, необходимого двум другим для выполнения всей работы. Во сколько раз быстрее работа была бы выполнена, если бы трое рабочих работали одновременно? В ответе запишите найденное число, умноженное на 12.

ЗАНЯТИЕ №53

№1. Найдите число корней уравнения.

$$x^4 + x^3 + 4x^2 + 5x + 25 = 0.$$

№2. Найдите число корней уравнения.

$$x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 4x + 4 = 0.$$

№3. Найдите произведение количества различных корней уравнения на сумму различных корней.

$$(x^2 + 2x)^2 - (x+2)(2x^2 - x) - 2(2x-1)^2 = 0.$$

№4. Найдите произведение количества различных корней уравнения на сумму различных корней.

$$(x^2 - 3x + 2)^4 - 5(x^2 - 1)^2(x^2 - 3x + 2)^2 + 4(x^2 - 1)^4 = 0.$$

№5. Найдите сумму корней уравнения.

$$x^2 = (1 - 2x^2)(12x^2 + 7x - 6).$$

- 1) 5/12; 2) -5/12; 3) -7/12; 4) -4/3; 5) 1/12.

№6. Найдите сумму корней уравнения.

$$(x^2 - 2x + 2)^2 + 3x(x^2 - 5x + 2) = x^2.$$

№7. Найдите сумму корней уравнения.

$$(2x^2 - 3x + 1)(2x^2 + 5x + 1) = 9x^2.$$

№8. Найдите сумму корней уравнения.

$$(x^2 + 5x - 6)(x^2 - x - 6) = -5x^2.$$

№9. Найдите разность между суммой и произведением корней уравнения.

$$(x+2)(x+3)(x+8)(x+12) = 4x^2.$$

№10. Найдите разность между суммой и произведением корней уравнения.

$$(x^2 + x - 6)(x^2 + 3x - 54) + 24x^2 = 0.$$

Указание: разложить первое слагаемое на множители и перегруппировать.

№11. Найдите сумму корней или корень уравнения, если он единственный.

$$(x-1)^4 + (x+1)^4 = 16.$$

- 1) 2; 2) 4; 3) 0; 4) 5; 5) 1/2.

Указание: довести до квадрата разности.

№12. Найдите сумму корней или корень уравнения, если он единственный.

$$(x-4,5)^4+(x-5,5)^4=1.$$

Указание: довести до квадрата разности.

№13. Найдите сумму корней уравнения.

$$(x^2+x+1)^2=x^2(3x^2+x+1).$$

№14. Найдите сумму корней уравнения.

$$(x^2-5x+1)(x^2-4)=6(x-1)^2.$$

Указание: $x^2-4=(x^2-5x+1)+5(x-1)$.

№15. Найдите сумму различных корней уравнения.

$$x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=4.$$

№16. Найдите сумму различных корней уравнения.

$$2\left(x+\frac{1}{x}\right)+5\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=6.$$

№17. Найдите произведение количества корней уравнения на их сумму.

$$(x^2+1)^2-4x^2-8x-4=0.$$

Указание: разложите на множители левую часть, используя формулу разности квадратов.

№18. Найдите произведение количества различных корней уравнения на сумму различных корней.

$$(x^2-4x)^2-(x-2)^2-16=0.$$

№19. Найдите количество корней уравнения.

$$x^3-(\sqrt{2}+1)x^2+2=0.$$

Указание: подберите один иррациональный корень.

№20. Найдите количество корней уравнения.

$$6x^4+5x^3-38x^2+5x+6=0.$$

№21. Найдите среднюю скорость (км/ч) велосипедиста, если он ехал 3 ч со скоростью 17,9 км/ч и 5 ч со скоростью 18,7 км/ч.

1) 18; 2) 18,2; 3) 18,4; 4) 18,3; 5) 18,1.

№22. Найдите среднюю скорость (км/ч) пешехода, если он прошел 1,5 ч со скоростью 4,8 км/ч и 30 мин со скоростью 120 м/мин.

- 1) 5,4; 2) 5,6; 3) 5,7; 4) 5,3; 5) 5,2.

№23. Автомобиль проехал из пункта A в пункт B со скоростью 40 км/ч, обратно – со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость (км/ч), с которой автомобиль проехал путь туда и обратно.

№24. Половина пути из города A в город B идет в гору, другая половина – под гору. Из A в B машина ехала в гору со скоростью 20 км/ч, под гору – 30 км/ч, из B в A в гору – со скоростью 40 км/ч, под гору 60 км/ч. Найдите среднюю скорость (км/ч), с которой машина прошла весь путь туда и обратно.

- 1) 37,5; 2) 35; 3) 34; 4) 32; 5) 30.

№25. Турист прошел из пункта A в пункт D через пункты B, C . Путь AB меньше BC на $\frac{1}{6}$ часть, CD больше BC на 25%. Найдите среднюю скорость (км/ч), с которой турист прошел весь путь, если его скорость на отрезках пути AB, BC, CD составляла соответственно 5, 3 и 7,5 км/ч.

- 1) 4,5; 2) 4,375; 3) 4,625; 4) 4,75; 5) 4,225.

№26. Первую часть пути мотоциклист ехал со скоростью 40 км/ч. Затем путь, на 20 км больший, он проехал за 1 ч 15 мин, а последний участок пути, по длине равный первому, – со скоростью 32 км/ч. Найдите длину (км) всего пути, если средняя скорость мотоциклиста на всем участке составляла 40 км/ч.

№27. Турист, двигаясь с определенной скоростью, рассчитал, что намеченный путь он пройдет за 2,5 ч. Но он шел со скоростью, превышающей намеченную на 1 км/ч, поэтому прошел путь за 2 ч. Найдите длину (км) пути.

№28. Расстояние между городами легковая машина преодолевает за 3 ч, грузовая – за 5 ч, так как скорость легковой машины на 34 км/ч больше скорости грузовой. Найдите расстояние (км) между городами.

№29. Расстояние от дома до работы человек проходит пешком за 45 мин, а на велосипеде проезжает за 20 мин. Найдите расстояние (км) от дома до работы, если на велосипеде за 1 ч он проезжает на 6 км больше, чем проходит за 1 ч пешком.

- 1) 4; 2) 4,5; 3) 3,6; 4) 5; 5) 6.

№30. Расстояние между двумя поселками 12 км первый пешеход проходит на 20 мин дольше второго пешехода и на 36 мин дольше третьего. Скорость третьего пешехода на 0,5 км/ч больше скорости второго пешехода. Найдите скорость (км/ч) первого пешехода.

- 1) 3,5; 2) 4; 3) 4,5; 4) 5; 5) 5,5.

№31. Найдите длину (м) поезда, зная, что он проходит с постоянной скоростью мимо неподвижного наблюдателя в течение 7 с и тратит 25 с, чтобы проехать вдоль платформы длиной 378 м.

№32. Найдите скорость (км/ч) автомобильной колонны, зная, что она проходит мимо регулировщика за 0,5 мин и туннель длиной 1 км за 2,5 мин.

№33. В треугольнике ABC $\angle A + \angle B = 96^\circ$, $\angle A$ меньше $\angle C$ на 14° . Найдите градусную меру угла B .

№34. Стороны треугольника пропорциональны числам 3, 4, 5. Меньшая сторона равна 2 см. Найдите периметр (см) треугольника.

№35. Стороны треугольника пропорциональны числам 3, 4, 6. Периметр треугольника равен 52 см. Найдите среднюю линию (см) треугольника, параллельную наибольшей стороне треугольника.

№36. В треугольнике ABC $\angle B = 48^\circ$, внешний угол при вершине C равен 100° . Найдите градусную меру угла A .

№37. В треугольнике ABC внешний угол при вершине A равен 120° , угол B в 3 раза больше угла C . Найдите градусную меру угла C .

№38. Отрезки AE, DC пересекаются в точке B , являющегося серединой каждого из них. Найдите длину (см) отрезка CE , если $AD = 2,8$ см.

- 1) 1,4; 2) 2,1; 3) 2,8; 4) 5,6; 5) 10,8.

№39. Найдите x из пропорции.

$$\frac{11 - \frac{19}{2}}{(1,25 + 0,8(3)) : \frac{1}{3}} = \frac{\left(6,8 - \frac{16}{5}\right) : \frac{35}{6}}{x}.$$

- 1) 1; 2) $\frac{1}{7}$; 3) $1\frac{5}{7}$; 4) $2\frac{4}{7}$; 5) 3.

№40. Найдите значение выражения $\frac{x^2 - 22x + 121}{x^2 - 11x} : \frac{x^2 - 121}{x^3}$ при $x = 5$.

- 1) $5/4$; 2) 1; 3) $20/13$; 4) $25/16$; 5) $125/4$.

№41. Найдите значение выражения $\left(\frac{5}{x-2} - x - 2\right) \cdot \frac{2-x}{x^2 + 6x + 9}$ при $x = \frac{3}{4}$.

- 1) 1; 2) -1; 3) $-3/5$; 4) $3/5$; 5) $5/3$.

№42. Найдите значение выражения $\frac{9a^2 - 24ab + 16b^2 - 25}{3a - 4b - 5}$ при $a = \frac{1}{9}, b = 2\frac{1}{3}$.

№43. Найдите сумму целых отрицательных решений неравенства.

$$\frac{9x+2}{10} - \frac{10x-2}{9} < 2.$$

№44. Найдите сумму целых отрицательных решений неравенства.

$$\frac{x-3}{2} > \frac{7(x-3)}{2} - 5(6+2x) + 14.$$

№45. Найдите наименьшее целое значение x , удовлетворяющее неравенству.

$$\frac{2,1x+3,6}{3} > \frac{2,5x-0,25}{4} + 1,75.$$

№46. Найдите наименьшее целое значение x , удовлетворяющее неравенству.

$$\frac{3,3x-4,2}{4} < 1\frac{5}{7}x + 0,2(2x+3).$$

№47. Найдите сумму натуральных решений неравенства.

$$\frac{x-2}{2} - \frac{3(2-x)}{10} + \frac{7x+1}{4} \leq \frac{x+11}{3} + \frac{13+16x}{20}.$$

№48. Найдите сумму натуральных решений неравенства.

$$2(3x-5)(x-1) - 3(1-(2x+1)(3-x) + \frac{4-x}{2}) < 13.$$

№49. Найдите наибольшее целое решение неравенства.

$$2(2x-1)(3x+2) - 10(2x^2+x-1) + (2x-1)(4x-3) > 9.$$

№50. Найдите наибольшее целое решение неравенства.

$$\frac{2x^2-5x+3}{6} - \frac{4-x}{12} \geq \frac{15+x^2}{3} - \frac{1-2x}{9}.$$

Ответы:

1	0	11	3	21	3	31	147	41	3
2	4	12	10	22	1	32	30	42	-4
3	-3	13	1	23	48	33	26	43	-28
4	-10	14	5	24	4	34	8	44	-10
5	3	15	-2	25	3	35	12	45	7
6	1	16	-1	26	140	36	52	46	-1
7	-1	17	4	27	10	37	30	47	3
8	-4	18	18	28	280	38	3	48	15
9	-607	19	3	29	3	39	4	49	-1
10	-328	20	4	30	2	40	4	50	-5

ЗАНЯТИЕ №54

№1. Найдите произведение количества корней уравнения и их суммы.

$$(x-2)(x+1)(2x-1)=2-x.$$

- 1) -1; 2) 4,5; 3) 4; 4) 3; 5) -3.

№2. Найдите произведение количества корней уравнения и их суммы.

$$(x+3)(2x^2-8x+5)=2x^2-8x+5.$$

№3. Найдите сумму корней уравнения.

$$(x+1)(x^2-3x-10)=(x+2)(2x^2+3x+1).$$

№4. Найдите сумму корней уравнения.

$$(x-3)(3x^2+14x-5)=(x+5)(2x^2-5x-3).$$

№5. Найдите среднее арифметическое корней уравнения.

$$(x^3-9x)(x^2+2x-8)=(x^2+4x)(x^2+x-6).$$

- 1) 4; 2) -1/5; 3) -5/4; 4) -1/4; 5) 2/3.

№6. Найдите среднее арифметическое корней уравнения.

$$(x^3-25x)(x^2+2x-48)=(x^2+8x)(x^2-11x+30).$$

- 1) 3/5; 2) 3/4; 3) -1/5; 4) 1/5; 5) 2/3.

№7. Найдите среднее арифметическое корней уравнения.

$$x^3+2008x+2009=0.$$

- 1) -1; 2) 1; 3) 1/3; 4) -1/3; 5) -2008/3.

№8. Найдите среднее арифметическое корней уравнения.

$$x^3+2009x^2-2008=0.$$

- 1) -1; 2) 1; 3) -2009/3; 4) -2008/3; 5) 0.

№9. Найдите произведение корней уравнения.

$$28x^3+3x^2+3x+1=0. \text{ (Представьте в виде разности кубов)}$$

- 1) 1; 2) 1/4; 3) 1/28; 4) -1/4; 5) 3/28.

№10. Найдите произведение корней уравнения.

$$63x^3-3x^2-3x-1=0. \text{ (Представьте в виде разности кубов)}$$

- 1) 1/3; 2) -1/63; 3) 1/21; 4) -1; 5) -3/63.

№11. Найдите сумму корней или корень уравнения, если он единственный.

$$x^3 + x^2 + 2x + 2 = 0.$$

- 1) 1; 2) -1; 3) 2; 4) -2; 5) -1/3.

№12. Найдите сумму корней или корень уравнения, если он единственный.

$$x^4 - x^3 - 13x^2 + x + 12 = 0.$$

№13. Найдите произведение большего корня и количества корней уравнения.

$$9x^4 - 37x^2 + 4 = 0.$$

- 1) 4; 2) 8; 3) 4/3; 4) 8/3; 5) 16.

№14. Найдите произведение большего корня и количества корней уравнения.

$$x^8 - 17x^4 + 16 = 0.$$

№15. Найдите произведение корней уравнения.

$$(x+1)^2(x^2+2x)=12.$$

№16. Найдите произведение корней уравнения.

$$10x^2(x+2)^2=9(x^2+(x+2)^2).$$

- 1) -6; 2) -2,4; 3) -3; 4) -3,6; 5) -5,2.

№17. Найдите среднее арифметическое корней уравнения.

$$x(x-1)(x-2)(x-3)=24.$$

- 1) -2; 2) 3/2; 3) 3; 4) -3/2; 5) -3.

№18. Найдите среднее арифметическое корней уравнения.

$$(x^2-7x+12)(x^2-3x+2)=24.$$

- 1) 5; 2) -5; 3) 5/2; 4) 5/4; 5) 10.

№19. Найдите произведение корней уравнения.

$$(8x+7)^2(4x+3)(x+1)=4,5.$$

- 1) 3/4; 2) -1/10; 3) -1/8; 4) 5/8; 5) -7/8.

№20. Найдите произведение корней уравнения.

$$(36x^2+27x+5)(24x^2+22x+5)=\frac{5}{6}.$$

- 1) 7/36; 2) 5/24; 3) 5/36; 4) 7/24; 5) 1/12.

№21. Найдите произведение корней уравнения.

$$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 7\left(x + \frac{1}{x}\right) + 9 = 0.$$

- 1) 1; 2) 4; 3) -4/3; 4) -8/5; 5) 10/3.

№22. Найдите произведение корней уравнения.

$$4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47.$$

- 1) 5; 2) 7/4; 3) -9/4; 4) 1; 5) 2.

№23. Найдите разность между произведением корней уравнения и их количеством.

$$x^2 + \frac{4}{x^2} - \left(x + \frac{2}{x}\right) - 8 = 0.$$

- 1) -2; 2) 3/4; 3) 4; 4) 2; 5) 0.

№24. Найдите разность между произведением корней уравнения и их количеством.

$$\frac{x^2}{3} + \frac{48}{x^2} = 5\left(\frac{x}{3} + \frac{4}{x}\right). \text{ (Разделите на 3 обе части уравнения)}$$

№25. Найдите произведение суммы корней уравнения на их количество.

$$x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0. \text{ (Симметричное уравнение, делим на } x^2 \text{ каждое слагаемое)}$$

№26. Найдите произведение суммы корней уравнения на их количество.

$$6x^5 - 11x^4 - 11x + 6 = 0.$$

- 1) 9/2; 2) 15/2; 3) -3; 4) 6; 5) 12.

№27. Найдите наибольшее целое отрицательное решение неравенства.

$$(x+5)^2 \leq 15.$$

№28. Найдите наибольшее целое отрицательное решение неравенства.

$$x^2 + 6x + 9 \geq 5.$$

№29. Найдите сумму целых решений неравенства.

$$3x^2 + 2x - 5 \leq 0.$$

№30. Найдите сумму целых решений неравенства.

$$-x^2 + 18x - 25 \geq 0.$$

№31. Найдите сумму наименьшего положительного и наибольшего отрицательного целых решений неравенства.

$$12x^2 + x - 35 \geq 0.$$

№32. Найдите сумму наименьшего положительного и наибольшего отрицательного целых решений неравенства.

$$2x^2 + 7x + 4 \geq 0.$$

№33. Найдите сумму целых решений неравенства.

$$x^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})x - \sqrt{6} \leq 0.$$

№34. Найдите сумму целых решений неравенства.

$$x^2 + (2 - \sqrt{3})x - 2\sqrt{3} \leq 0.$$

№35. Найдите сумму наименьшего положительного и наибольшего отрицательного целых решений неравенства.

$$x^2 + x + \sqrt{6} - 6 \geq 0.$$

№36. Найдите сумму наименьшего положительного и наибольшего отрицательного целых решений неравенства.

$$2x^2 - (\sqrt{3} - 2\sqrt{6})x - 3\sqrt{2} \geq 0.$$

№37. Найдите наименьшее целое положительное решение неравенства.

$$(\sqrt{3} - 2)x^2 - (5\sqrt{3} - 10)x + 4\sqrt{3} - 8 > 0. \text{ (Предлагаю разделить и левую и правую часть неравенства на выражение, отличное от нуля, но обратите внимание на знак выбранного выражения!)}$$

№38. Найдите наименьшее целое положительное решение неравенства.

$$(3\sqrt{11} - 10)x^2 - (21\sqrt{11} - 70)x + 18\sqrt{11} - 60 > 0. \text{ (Предлагаю разделить и левую и правую часть неравенства на выражение, отличное от нуля, но обратите внимание на знак выбранного выражения!)}$$

№39. Найдите сумму целых решений неравенства, принадлежащих заданному промежутку.

$$x^2 + (27^2 + 23^2 - 25^2)x + 27^2 \cdot 23^2 > 0, x \in [-10; 11].$$

№40. Найдите сумму целых решений неравенства, принадлежащих заданному промежутку.

$$x^2 + (2007^2 + 2008^2 - 2009^2)x + 2007^2 \cdot 2008^2 > 0, x \in [-2007; 2008].$$

№41. Найдите середину промежутка, являющегося решением системы неравенств.

$$\begin{cases} 3(x-1)-2(2-3x)>5x-3, \\ 8x-3(2x+5)<x-7. \end{cases};$$

- 1) 3; 2) 3,5; 3) 4; 4) 4,5; 5) 5.

№42. Найдите середину промежутка, являющегося решением системы неравенств.

$$\begin{cases} 5(x+2)-9(x+1)<1-2(x-3), \\ 7(3+5x)<3x+5(x-2)+4. \end{cases};$$

- 1) -3,25; 2) -2; 3) -2,5; 4) -2,25; 5) -1,75.

№43. Найдите наибольшее целое решение системы неравенств.

$$\begin{cases} \frac{3}{4}(x-1)+\frac{7}{8}<\frac{1}{4}(x-1)+\frac{5}{2}, \\ \frac{x}{4}-\frac{2x-3}{3}<2. \end{cases};$$

№44. Найдите наибольшее целое решение системы неравенств.

$$\begin{cases} 3-\frac{3-7x}{10}+\frac{x+1}{2}>4-\frac{7-3x}{2}, \\ 7(3x-6)+4(17-x)>11-5(x-3). \end{cases};$$

№45. Найдите середину промежутка, являющегося решением системы.

$$\begin{cases} 0<1-3x<1, \\ 3-4x<2. \end{cases};$$

- 1) 7/36; 2) 7/24; 3) 7/12; 4) 1/2; 5) 1/24.

№46. Найдите середину промежутка, являющегося решением системы.

$$\begin{cases} -1<1-2x<2, \\ 3-5x>0. \end{cases};$$

- 1) -0,1; 2) -0,05; 3) 0,05; 4) 0,1; 5) 0,15.

№47. Найдите сумму целых решений системы неравенств.

$$\begin{cases} (x-0,2)^2-(x+0,2)(x-0,2)>0,04, \\ (x+0,4)(x+0,04)-(x-0,4)(x-0,04)>-2,64. \end{cases};$$

№48. Найдите сумму целых решений системы неравенств.

$$\begin{cases} (3x-5)(2x-5)-(2x-3)(x-3)+6x>(2x-5)^2+6, \\ \frac{(6x-7)(2x-3)}{12}+\frac{(8x-19)(x+1)}{4}<\frac{(3x-7)(3x-2)}{3}. \end{cases};$$

№49. Найдите количество целых решений совокупности неравенств, принадлежащих отрезку $[0; 5]$.

$$\begin{cases} 1 + \frac{3-x}{3} \leq \frac{2x-1}{5}, \\ -1 > 4x-4. \end{cases};$$

№50. Найдите количество целых решений совокупности неравенств, принадлежащих отрезку $[0; 5]$.

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{2} - \frac{2-x}{7} > 1, \\ -4x-1 < 0. \end{cases}.$$

Ответы:

1	2	11	2	21	1	31	0	41	4
2	6	12	1	22	4	32	-2	42	2
3	-9	13	2	23	5	33	0	43	4
4	0	14	8	24	10	34	-2	44	8
5	2	15	-3	25	6	35	-1	45	2
6	3	16	3	26	1	36	-2	46	3
7	1	17	2	27	-2	37	2	47	-3
8	3	18	3	28	-6	38	2	48	3
9	4	19	4	29	0	39	11	49	4
10	1	20	3	30	135	40	2008	50	5

ЗАНЯТИЕ №55

№1. Найдите сумму целых решений (решение, если оно единственное) системы неравенств $\begin{cases} 3x+4 \geq x^2, \\ (x-3)^2 > 0. \end{cases}$

№2. Определите наименьшее натуральное число, кратное 2, которое при делении на 19 с остатком дает неполное частное, равное 5.

№3. Наибольший целый корень уравнения $|16-9x|-|9x+5|=11$ равен...

№4. Наибольшее целое решение $x \leq 7 - \frac{16}{x+1}$ равно...

№5. Найдите значение выражения $\text{НОК}(6, 27, 54) + \text{НОД}(35, 42)$.

№6. Найдите сумму целых решений неравенства $\frac{(x^2+8x+15)(x-6)^2}{9-x^2} \geq 0$.

№7. Упростите выражение $\left(\frac{(a+b)^2-4ab}{a^2-b^2} + \frac{b^2-a^2}{2ab+2b^2-3a-3b} : \frac{a+b}{2b-3} \right) \cdot \frac{a+b}{2b^2}$.

№8. Вычислите $\frac{5,6^2-1,7^2+7,3 \cdot 2,1}{6}$. В ответе укажите число, округленное до целого.

№9. Известно, что при a , равном -2 и 4 , значение выражения

$3a^3+4a^2-ab+c$ равно нулю. Найдите значение выражения $b+c$.

№10. Найдите произведение корней (корень, если он единственный) уравнения $x^2-3x-7=2\sqrt{x^2-3x+8}$

№11. Длины катетов прямоугольного треугольника являются корнями уравнения $x^2-9x+10=0$. Найдите площадь треугольника.

№12. В параллелограмме с острым углом 45° точка пересечения диагоналей удалена от прямых, содержащих неравные стороны, на расстояния $\sqrt{2}$ и 5 . Найдите площадь параллелограмма.

№13. Точки A, B, C разделил окружность так, что градусные меры дуг AB, BC, CA в указанном порядке находятся в отношении $10:3:5$. Найдите градусную меру угла ABC .

№14. В окружность, радиусом 10 , вписан треугольник, длины двух сторон которого равны 8 и 10 . Найдите длину высоты треугольника, проведенной к третьей стороне.

№15. Если периметр ромба равен $0,8$, а его высота $0,1$, то тупой угол ромба равен...

№16. $ABCD$ – параллелограмм. Точка K лежит между точками A и D так, что $AK:KD=5:3$. Отрезки BK, AC пересекаются в точке T . Найдите длину диагонали AC параллелограмма $ABCD$, если $TC=32$.

№17. Основание равнобедренного треугольника равно 15. Высота, опущенная на боковую сторону, равна 12. Найдите площадь треугольника.

№18. Хорда делит окружность в отношении 11:16. Найдите угол между касательными, проведенными из концов этой хорды. В ответ запишите утроенное значение угла в градусах.

№19. Найдите площадь равнобедренной трапеции, у которой длины оснований 6 и 10, а диагонали взаимно перпендикулярны.

№20. В треугольник со сторонами 6, 10 и 12 вписана окружность. К окружности проведена касательная так, что она пересекает две большие стороны. Найдите периметр отсеченного треугольника.

Ответы:

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
6	24	0	3	61	-3	0	7	-36	-17
№11	№12	№13	№14	№15	№16	№17	№18	№19	№20
5	40	50	4	150	52	75	500	64	16

ЗАНЯТИЕ №56

№1. Биссектриса угла B в треугольнике ABC делит сторону AC на отрезки, длины которых равны 14 и 6. Найдите периметр треугольника ABC , если $AB - BC = 12$.

№2. Найдите длину основания равнобедренного треугольника, в котором длина боковой стороны равна $4\sqrt{2}$, а медианы боковой стороны – 5.

№3. Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны, одна из них равна 6. Длина отрезка, соединяющего середины оснований, равна 4,5. Найдите площадь трапеции.

№4. Около равнобедренной трапеции с длинами оснований 6 и 4 и высотой 10 описана окружность. Найдите радиус этой окружности.

№5. В равнобедренном треугольнике длина основания равна 24, а радиус вписанной окружности – 4. Найдите длину боковой стороны.

№6. Трапеция, высота которой равна $5\sqrt{3}$, равновелика равностороннему треугольнику с высотой $2\sqrt{3}$. Найдите среднюю линию трапеции.

№7. В окружность радиусом 6 вписан треугольник, длины двух сторон которого равны 6 и 8. Найдите длину высоты треугольника, проведенной к его третьей стороне.

№8. Высоты остроугольного равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) пересекаются в точке O . Найдите длину стороны AC , если высота $AD = 15$ и $AO = 10$.

№9. В прямоугольнике $ABCD$ выбраны точки L на стороне BC и M на стороне AD так, что $ALCM$ – ромб. Найдите площадь этого ромба, если $AB = 3$, $BC = 9$.

№10. В равнобедренную трапецию, площадь которой равна $36\frac{1}{8}$, вписана окружность. Сумма двух углов трапеции равна 60° . Найдите периметр трапеции.

№11. В параллелограмме с острым углом 45° точка пересечения диагоналей удалена от прямых, содержащих неравные стороны, на расстояния $\sqrt{2}$ и 5. Найдите площадь параллелограмма.

№12. В окружности радиуса 13 проведена хорда AB . Точка M делит хорду AB на отрезки длиной 10 и 12. Найдите расстояние от точки M до центра окружности.

№13. Точки M и N лежат на сторонах AB и AD параллелограмма $ABCD$ так, что $AN:NB = 1:2$, $AM:DM = 1:2$. Площадь треугольника CMN равна 45. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

№14. В прямоугольном треугольнике ABC $BC=15$, $\operatorname{tg}BCA=2\sqrt{2}$. Найдите длину гипотенузы AC .

№15. $ABCD$ – параллелограмм. Точка K лежит между точками A и D так, что $AK:KD=5:3$. Отрезки BK и AC пересекаются в точке T . Найдите длину диагонали AC параллелограмма $ABCD$, если $TC=32$.

№16. В прямоугольном треугольнике ABC отрезок CF – высота, проведенная к гипотенузе AB , $AF=7$, $BF=28$. Найдите синус угла BAC .

№17. Длины двух сторон треугольника равны 6 и 7, его площадь равна $3\sqrt{33}$. Найдите наибольшее значение, которое может принимать длина третьей стороны треугольника.

№18. Градусная мера угла правильного многоугольника равна 150° , а длина его стороны равна 6. Найдите периметр многоугольника.

№19. В прямоугольном треугольнике длины медиан, проведенных из острых углов, равны 11 и 7. Вычислите площадь квадрата, сторона которого равна гипотенузе данного треугольника.

№20. Две стороны остроугольного треугольника имеют длины 20 и 23,2. Радиус описанного около треугольника круга – 14,5. Найдите радиус вписанного в треугольник круга.

ЗАНЯТИЕ №57

№1. Точка A движется по периметру треугольника KMP . Точки K_1, M_1, P_1 лежат на медианах треугольника KMP и делят их в отношении $11:3$, считая от вершин. По периметру треугольника $K_1M_1P_1$ движется точка B со скоростью, в пять раз большей, чем скорость точки A . Сколько раз точка B обойдет по периметру треугольник $K_1M_1P_1$ за то время, за которое точка A два раза обойдет по периметру треугольник KMP ?

№2. Через вершину A прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведен перпендикуляр AK к его плоскости. Найдите расстояние от точки K до прямой BC , если $AK = 2$, $AB = 6$, $BC = \sqrt{31}$.

№3. Через вершину A прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведен перпендикуляр AK к его плоскости. Найдите расстояние от точки K до прямой BC , если $AK = 4$, $AB = 8$, $BC = \sqrt{55}$.

№4. Найдите периметр правильного шестиугольника, меньшая диагональ которого равна $10\sqrt{3}$.

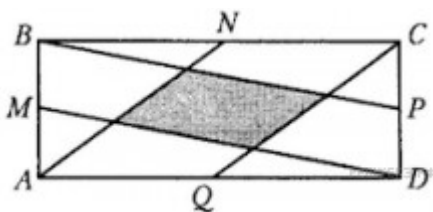
№5. Точки A, B, C разделили окружность так, что градусные меры дуг AB, BC, CA в указанном порядке находятся в отношении $5 : 7 : 6$. Найдите градусную меру угла ABC .

№6. В окружность радиусом 12 вписан треугольник, длины двух сторон которого равны 8 и 12 . Найдите длину высоты треугольника, проведенной к его третьей стороне.

№7. В ромб площадью $18\sqrt{5}$ вписан круг площадью 5π . Сторона ромба равна...

№8. Диагонали трапеции равны 15 и 20 . Найдите площадь трапеции, если ее средняя линия равна $12,5$.

№9. Площадь прямоугольника $ABCD$ равна 20. Точки M , N , P , Q — середины его сторон. Найдите площадь четырехугольника между прямыми AN , BP , CQ , DM .



№10. Основание остроугольного равнобедренного треугольника равно 10, а синус противоположного основанию угла равен 0,6. Найдите площадь треугольника.

№11. Из точки A проведены к окружности радиусом $4/3$ касательная AB (B — точка касания) и секущая, проходящая через центр окружности и пересекающая ее в точках D и C ($AD < AC$). Найдите площадь S треугольника ABC , если длина отрезка AC в 3 раза больше длины отрезка касательной. В ответ запишите значение выражения $5S$.

№12. На одной чаше уравновешенных весов лежат 3 яблока и 1 груша, на другой — 2 яблока, 2 груши и гирька весом 20 г. Каков вес одного яблока (в граммах), если все фрукты вместе весят 780 г? Считайте все яблоки одинаковыми по весу и все груши одинаковыми по весу.

№13. Из двух растворов с различным процентным содержанием спирта массой 100 г и 900 г отлили по одинаковому количеству раствора. Каждый из отлитых растворов долили в остаток другого раствора, после чего процентное содержание спирта в обоих растворах стало одинаковым. Найдите, сколько раствора (в граммах) было отлито из каждого раствора.

№14. Автомобиль проехал некоторое расстояние, израсходовав 21 л топлива. Расход топлива при этом составил 9 л на 100 км пробега. Затем автомобиль существенно увеличил скорость, в результате чего расход топлива вырос до 12 л на 100 км. Сколько литров топлива понадобится автомобилю, чтобы проехать такое же расстояние?

№15. Из города A в город B , расстояние между которыми 100 км, одновременно выезжают два автомобиля. Скорость первого автомобиля на 10 км/ч больше скорости второго, но он делает в пути остановку на 50 мин. Найдите наибольшее значение скорости (в км/ч) первого автомобиля, при движении с которой он прибудет в B не позже второго.

№16. Если 15% некоторого числа равны 33, то 20% этого числа равны...

№17. Одно число меньше другого на 64, что составляет 16% большего числа. Найдите меньшее число.

№18. В арифметической прогрессии 130 членов, их сумма равна 130, а сумма членов с четными номерами на 130 больше суммы членов с нечетными номерами. Найдите сотый член этой прогрессии.

№19. Число 133 является членом арифметической прогрессии 4, 7, 10, 13, ... Укажите его номер.

№20. Геометрическая прогрессия со знаменателем 5 содержит 10 членов. Сумма всех членом прогрессии равна 24. Найдите сумму всех членов прогрессии с четными номерами.

№21. Три числа составляют геометрическую прогрессию, в которой $q > 1$. Если второй член прогрессии уменьшить на 8, то полученные три числа в том же порядке опять составят геометрическую прогрессию. Если третий член новой прогрессии уменьшить на 25, то полученные числа составят арифметическую прогрессию. Найдите сумму исходных чисел.

№22. Двое рабочих различной квалификации выполнили некоторую работу, причем первый проработал 3 часа, а затем к нему присоединился второй. Если бы сначала второй рабочий работал 3 ч, а затем к нему присоединился первый, то работы была бы закончена на 36 мин позже. Известно, что первый рабочий шестую часть работы выполняет на 2 часа быстрее, чем второй рабочий выполняет третью часть работы. Сколько минут заняло выполнение всех работы?

№23. От листа жести, имеющего форму квадрата, отрезали прямоугольную полосу шириной 7 дм, после чего площадь оставшейся

части листа оказалась равной 30 дм^2 . Длина стороны квадратного листа (в дм) была равна...

№24. Длины всех сторон треугольника являются целыми числами. Если длина одной стороны равна 1, а другой — 3, то периметр треугольника равен...

№25. Конфеты в коробки упаковываются рядами, причем количество конфет в каждом ряду на 4 больше, чем количество рядов. Дизайн коробки изменили, при этом добавили 2 ряда, а в каждом ряду добавили по 1 конфете. В результате количество конфет в коробке увеличилось на 25. Сколько конфет упаковывалось в коробку первоначально?

№26. $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, у которой сторона основания и боковое ребро имеют длину 6. Через середины ребер AC и BB_1 и вершину A_1 призмы проведена секущая плоскость. Найдите площадь сечения призмы этой плоскостью.

№27. Куб вписан в правильную четырехугольную пирамиду так, что четыре его вершины находятся на боковых ребрах пирамиды, а четыре другие вершины — на ее основании. Длина стороны основания пирамиды равна 2, высота пирамиды — 6. Найдите площадь S поверхности куба. В ответ запишите значение выражения $4S$.

№28. Найдите длину ребра правильной пятиугольной пирамиды, у которой боковое ребро равно ребру основания, а сумма длин всех ребер равна 30. **№29.** Если в правильной четырехугольной пирамиде высота равна 4, а площадь диагонального сечения равна 12, то ее объем равен ...

№30. Объем прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 1728. Точка P лежит на боковом ребре CC_1 так, что $CP : PC_1 = 2 : 1$. Через точку P , вершину D и середину бокового ребра AA_1 проведена секущая плоскость, которая делит прямоугольный параллелепипед на две части. Найдите объём меньшей из частей.

Ответы:

1	56	11	6	21	21
2	3	12	105	22	288
3	5	13	90	23	10
4	60	14	28	24	7
5	60	15	40	25	45
6	4	16	44	26	24
7	9	17	336	27	54
8	150	18	70	28	3
9	4	19	44	29	24
10	75	20	20	30	724

ЗАНЯТИЕ №58

Алгебра:

№ 1. Найдите сумму целых решений (решение, если оно единственное) системы неравенств $\begin{cases} 3x+4 \geq x^2, \\ (x-3)^2 > 0. \end{cases}$

№ 2. Определите наименьшее натуральное число, кратное 2, которое при делении на 19 с остатком дает неполное частное, равное 5.

№ 3. Наибольший целый корень уравнения $|16-9x|-|9x+5|=11$ равен...

№ 4. Наибольшее целое решение $x \leq 7 - \frac{16}{x+1}$ равно...

№ 5. Найдите значение выражения $\text{НОК}(6, 27, 54) + \text{НОД}(35, 42)$.

№ 6. Найдите сумму целых решений неравенства $\frac{(x^2+8x+15)(x-6)^2}{9-x^2} \geq 0$.

№ 7. Упростите выражение $\left(\frac{(a+b)^2-4ab}{a^2-b^2} + \frac{b^2-a^2}{2ab+2b^2-3a-3b} : \frac{a+b}{2b-3} \right) \cdot \frac{a+b}{2b^2}$;

№ 8. Вычислите $\frac{5,6^2-1,7^2+7,3 \cdot 2,1}{6}$;

№ 9. Известно, что при a , равном -2 и 4 , значение выражения

$3a^3+4a^2-ab+c$ равно нулю. Найдите значение выражения $b+c$.

№ 10. Найдите произведение корней (корень, если он единственный) уравнения $x^2-3x-7=2\sqrt{x^2-3x+8}$

Геометрия:

№ 1. Длины катетов прямоугольного треугольника являются корнями уравнения $x^2-9x+10=0$. Найдите площадь треугольника.

№ 2. В параллелограмме с острым углом 45° точка пересечения диагоналей удалена от прямых, содержащих неравные стороны, на расстояния $\sqrt{2}$ и 5 . Найдите площадь параллелограмма.

№ 3. Точки A, B, C разделил окружность так, что градусные меры дуг AB, BC, CA в указанном порядке находятся в отношении $10:3:5$. Найдите градусную меру угла ABC .

№ 4. В окружность, радиусом 10 , вписан треугольник, длины двух сторон которого равны 8 и 10 . Найдите длину высоты треугольника, проведенной к третьей стороне.

№ 5. Если периметр ромба равен 0,8, а его высота 0,1, то тупой угол ромба равен...

№ 6. $ABCD$ – параллелограмм. Точка K лежит между точками A и D так, что $AK:KD=5:3$. Отрезки BK, AC пересекаются в точке T . Найдите длину диагонали AC параллелограмма $ABCD$, если $TC=32$.

№ 7. Основание равнобедренного треугольника равно 15. Высота, опущенная на боковую сторону, равна 12. Найдите площадь треугольника.

№ 8. Хорда делит окружность в отношении 11:16. Найдите угол между касательными, проведенными из концов этой хорды. В ответ запишите утроенное значение угла в градусах.

№ 9. Найдите площадь равнобедренной трапеции, у которой длины оснований 6 и 10, а диагонали взаимно перпендикулярны.

№ 10. В треугольник со сторонами 6, 10 и 12 вписана окружность. К окружности проведена касательная так, что она пересекает две большие стороны. Найдите периметр отсеченного треугольника.

Ответы:

<u>Алгебра:</u>	<u>Геометрия:</u>
№1. 6	№1. 5
№2. 24	№2. 40
№3. 0	№3. 50
№4. 3	№4. 4
№5. 61	№5. 150
№6. -3	№6. 52
№7. 0	№7. 75
№8. 7,3	№8. 500
№9. -36	№9. 64
№10. -17	№10. 16

ЗАНЯТИЕ №59

№1. Найдите наибольший общий делитель чисел 475, 570, 741.

№2. Найдите значение выражения $\frac{0,6 + \frac{1}{4} + \frac{1}{15} + 0,125}{\frac{1}{3} + 0,4 + \frac{4}{15}} \cdot 24$.

№3. Найдите значение выражения $\frac{\cos 31^\circ + \cos 89^\circ + 1}{-\cos^2 14^\circ 30'}$.

№4. Найдите произведение корней уравнения

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 7} = (2x - 1)(x - 1).$$

№5. Если в правильной четырехугольной пирамиде высота равна 10, а площадь диагонального сечения равна 12, то ее объем равен:

- 1) 6; 2) 4,8; 3) $9\sqrt{2}$; 4) 19,2; 5) 9,6.

№6. Длины катетов прямоугольного треугольника равны 3 и 6. Длина биссектрисы, проведенной из вершины прямого угла, равна:

- 1) 4; 2) $3\sqrt{2}$; 3) $2\sqrt{2}$; 4) $2\sqrt{3}$; 5) 3,75.

№7. Чему равно число целых значений аргумента в области определения функции $y = \sqrt{\frac{\sqrt{x-5}}{14x - x^2 - 48}}$?

№8. Один турист вышел в 6 ч, а второй – навстречу ему в 7 ч. Они встретились в 8 ч и, не останавливаясь, продолжили путь. Сколько времени затратил каждый из них на весь путь, если первый пришел в то место, из которого вышел второй, на 28 минут позже, чем второй пришел в то место, откуда вышел первый? Считается, что каждый шел без остановок с постоянной скоростью. В ответ запишите время (в минутах) первого туриста.

№9. Найдите наименьшее общее кратное чисел 156, 195, 3900.

№10. Если в кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ диагональ основания $AC = 16\sqrt{2}$, то расстояние между ребрами AA_1 и $B_1 C_1$ равно:

- 1) $6\sqrt{2}$; 2) 8; 3) 8,2; 4) 16; 5) $8\sqrt{2}$.

№11. Какое двузначное число в 4 раза больше суммы своих цифр и в 3 раза больше произведения цифр?

№12. Чему равна площадь равнобедренной трапеции с диагональю 13 и средней линией 5?

№13. Найдите произведение корней уравнения

$$(x^2+5)^2 - 7(x^2+5)(x^2+2) + 10(x^2+2)^2 = 0.$$

№14. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения

$$\frac{6}{4+\sqrt{3x-1}} + 2 = \frac{3}{\sqrt{3x-1}-1}.$$

- 1) $5/3$; 2) $293/12$; 3) $12,5$; 4) $313/12$; 5) 1 .

№15. Чему равно число целых решений неравенства $\frac{x^3+3x^2-x-3}{x^2+x-6} \leq 0$, удовлетворяющих неравенству $|x+1| \leq 3$?

№16. Диагонали AC, BD четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOB, COD равны соответственно 3 и 4, а площадь треугольника BOC втрое больше площади треугольника COD . Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.

№17. Решите систему:
$$\begin{cases} x+y+z=3, \\ xy+yz+zx=-1, \\ xyz=-3. \end{cases}$$

В ответ запишите количество найденных решений системы, умноженное на наименьшее значение z .

№18. Два бегуна стартовали один за другим с интервалом 1 мин. Второй бегун догнал первого на расстоянии 1 км от точки старта, а пробежав от точки старта 4,5 км, он повернул обратно и встретился с первым бегуном. Эта встреча произошла через 16 минут после старта первого бегуна. Найдите скорость (км/ч) второго бегуна.

№19. Вычислите $\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} + 1$.

№20. Рабочий по плану должен был сделать 60 деталей. Сколько деталей нужно сделать рабочему, чтобы план был невыполнен на 10%?

№21. Найдите наименьший рациональный корень уравнения

$$(x^2+10x)^2 - 3(x+5)^2 = 33.$$

№22. Основание равнобедренного треугольника равно 15. Высота, опущенная на боковую сторону, равна 12. Найдите площадь треугольника.

№23. Вычислите $\frac{21a^2-3ab-3b^2}{4a^2+b^2}$, если $\frac{12a+2b}{2a+5b} = 2$.

№24. Боковые ребра правильной треугольной пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 60° . Если высота пирамиды равна $4\sqrt{3}$, то площадь ее боковой поверхности равна:

- 1) $48\sqrt{3}$; 2) $18\sqrt{6}$; 3) $18\sqrt{13}$; 4) $12\sqrt{39}$; 5) $36\sqrt{3}$.

№25. Решите систему $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 21, \\ 2x - y = 7. \end{cases}$

В ответ запишите значение $x + y$.

№26. Сколько целых решений неравенства $\frac{2-x}{x^3+x^2} \geq \frac{1-2x}{x^3-3x^2}$ удовлетворяют неравенству $|x| \leq 4$?

№27. В равнобедренную трапецию вписана окружность. Найдите острый угол трапеции, если точка касания делит боковую сторону на отрезки, отношение длин которых равно 3 : 1.

№28. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения

$$\sqrt{x+3} - 4\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x-1} = 7.$$

№29. Найдите сумму (в градусах) корней уравнения

$$\sin 2x + 3 \sin x - 3 \cos x = 3, \text{ лежащих на отрезке } [0^\circ; 180^\circ].$$

№30. В треугольнике с вершинами $A(14; -13), B(16; -14), C(17; -17)$ найдите угол (в градусах) при вершине B .

—

1	19	11	24	21	-9
2	25	12	60	22	75
3	-2	13	-1	23	3
4	-1	14	1	24	4
5	5	15	3	25	3
6	3	16	20	26	2
7	2	17	-6	27	60
8	220	18	20	28	10
9	3900	19	1	29	270
10	4	20	54	30	135

Ответы:

ЗАНЯТИЕ №60

№1. Найдите значение выражения $2,5 \cdot 0,1 - (-6,4 + \frac{2}{5} : 1,6)$;

- 1) -2,5; 2) -3,2; 3) 4,2; 4) 6,4; 5) -2,8.

№2. Вычислите $(\frac{15}{\sqrt{6}+1} + \frac{4}{\sqrt{6}-2} - \frac{12}{3-\sqrt{6}}) \cdot (\sqrt{6}+11)$;

- 1) -115; 2) 44; 3) 115; 4) -44; 5) 64.

№3. Найдите значение выражения $\frac{40x^3 + 160x^2 - 360x - 1440}{2x^2 + 5x - 12}$ при $x=6,5$;

- 1) 108; 2) 112; 3) 121; 4) 130; 5) 133.

№4. Найдите значение выражения $\frac{x^3 + 4x^2 - 9x - 36}{2x^2 + 5x - 12} \cdot \frac{12x - 4x^2 - 9}{9 - x^2}$ при $x=7$;

- 1) 48; 2) 42; 3) 11; 4) 16; 5) 28.

№5. Найдите наибольшее целое x , удовлетворяющее неравенству

$$(x+4)^2 - (x-10)^2 \leq 140;$$

- 1) 6; 2) 8; 3) 10; 4) 12; 5) 16.

№6. Найдите сумму остатков от деления числа 754379 на 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 25, 100.

- 1) 0; 2) 118; 3) 61; 4) 26; 5) 127.

№7. Вычислите $\frac{(\sqrt{17}-2)(\sqrt{34}+\sqrt{8}+\sqrt{17}+2)}{\sqrt{2}+1}$;

- 1) 12; 2) 13; 3) 15; 4) 16; 5) 18.

№8. Найдите НОД (наибольший общий делитель) чисел 3150 и 1188.

- 1) 1; 2) 18; 3) 54; 4) 1260; 5) 198.

№9. Вычислите $(4\sqrt{7} - \sqrt{119} - 4\sqrt{3} + \sqrt{51}) \cdot (4\sqrt{7} + \sqrt{119} + 4\sqrt{3} + \sqrt{51})$;

- 1) -4; 2) -1; 3) 1; 4) 4; 5) -12.

№10. Значение выражения $\frac{x^2 - 1 + xy + y}{3x^2 + x - 2}$ при $x=0,7$ и $y=199,3$ равно...

- 1) 864; 2) 1294; 3) 1990; 4) 2015; 5) 2240.

№11. Вычислите $(\frac{6+4\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{6+4\sqrt{2}}} + \frac{6-4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{6-4\sqrt{2}}})^2$;

- 1) 0,5; 2) 0,25; 3) 4; 4) 2; 5) 8.

№12. Упростите выражение $\left(\frac{a+5}{5a-1} + \frac{a+5}{a+1}\right) : \frac{a^2+5a}{1-5a} - \frac{a-5}{a+1}$;

- 1) $\frac{a-1}{a+1}$; 2) -1 ; 3) $\frac{-5a}{a+1}$; 4) $\frac{5a}{a+1}$; 5) 5 .

№13. Вычислите $\frac{1}{3} \cdot 2,8 + 5,4 \cdot \frac{1}{3} - 0, (3) \cdot 2,2$;

- 1) 1 ; 2) $1\frac{1}{3}$; 3) -1 ; 4) 2 ; 5) -2 .

№14. Известно, что $x - y = 9$. Чему равно значение выражения

$$1,6y^2 - 3,2xy + 1,6x^2 - 0,9?$$

- 1) 1287 ; 2) 135 ; 3) $128,7$; 4) 1305 ; 5) 121 .

№15. Вычислите $\frac{0,8(3) - 0,4(6)}{1 + \frac{5}{6}} : \frac{1}{125}$;

- 1) $0,2$; 2) $\frac{1}{25}$; 3) 25 ; 4) 15 ; 5) 5 .

№16. Результат сокращения дроби $\frac{12a^2 - 9ab + 4ac - 3bc}{20a^2 + 3bc - 15ab - 4ac}$ имеет вид:

- 1) $\frac{3a-c}{5a-c}$; 2) $\frac{c+3a}{5a-c}$; 3) $\frac{3-3bc}{5-4ac}$; 4) $\frac{-c-3a}{3b+4a}$; 5) $\frac{-3}{5-c}$.

№17. Упростите выражение $\frac{x^2 + 6xy + 8y^2}{2x^2 + 7xy - 4y^2}$;

- 1) $\frac{x+2y}{2x+y}$; 2) $\frac{x+2y}{2x-y}$; 3) $\frac{x+4y}{2x-y}$; 4) $\frac{x+4y}{2x+y}$; 5) $\frac{2(x+2y)}{2x-y}$.

№18. Вычислите $\left(96\frac{7}{30} - 94\frac{5}{18}\right) \cdot 2,25 : 0,4$;

- 1) 11 ; 2) 22 ; 3) 33 ; 4) $\frac{22}{5}$; 5) $\frac{5}{22}$.

№19. Найдите НОК($a; b; c$), если $a = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$; $b = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$; $c = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$;

- 1) 210 ; 2) 3 ; 3) 900 ; 4) 18900 ; 5) 1890 .

№20. Сократите дробь $\frac{x^3 + 5x^2 - 4x - 20}{x^2 + 3x - 10}$;

- 1) $\frac{(x+5)(x-2)}{x-5}$; 2) -2 ; 3) $x+2$; 4) $x-2$; 5) $\frac{x-5}{x+5}$.

Ответы:

№1	4	№11	5
№2	1	№12	2
№3	5	№13	4
№4	3	№14	3
№5	2	№15	3
№6	2	№16	2
№7	2	№17	2
№8	2	№18	1
№9	1	№19	4
№10	3	№20	3